



Insegnare, apprendere e valutare in matematica: un'interazione delicata.

Ferdinando Arzarello
Dipartimento di Matematica “G. Peano”
Università di Torino

Padova 4 aprile 2017



SOMMARIO

**I. Competenze:
come/che cosa
si insegna?**

**II. Competenze:
come/che cosa
si valuta?**

**III. Sinergie:
luci e ombre**

IV. Conclusioni



insegnare

apprendere



PARTE I
Competenze:
come/che cosa
si insegna?



PARTE I

Competenze:

come/che cosa

si insegna?



Imparare a pensare matematicamente significa:

- (a) sviluppare un punto di vista matematico: valorizzare i processi di matematizzazione e astrazione e avere la predilezione per applicarli;
- (b) sviluppare le competenze proprie degli strumenti del mestiere, e utilizzarli con l'obiettivo di giungere a una comprensione “strutturale” dei fenomeni, cioè sviluppare **il senso degli studenti per la matematica** (mathematical sense-making).

(A. Schoenfeld)



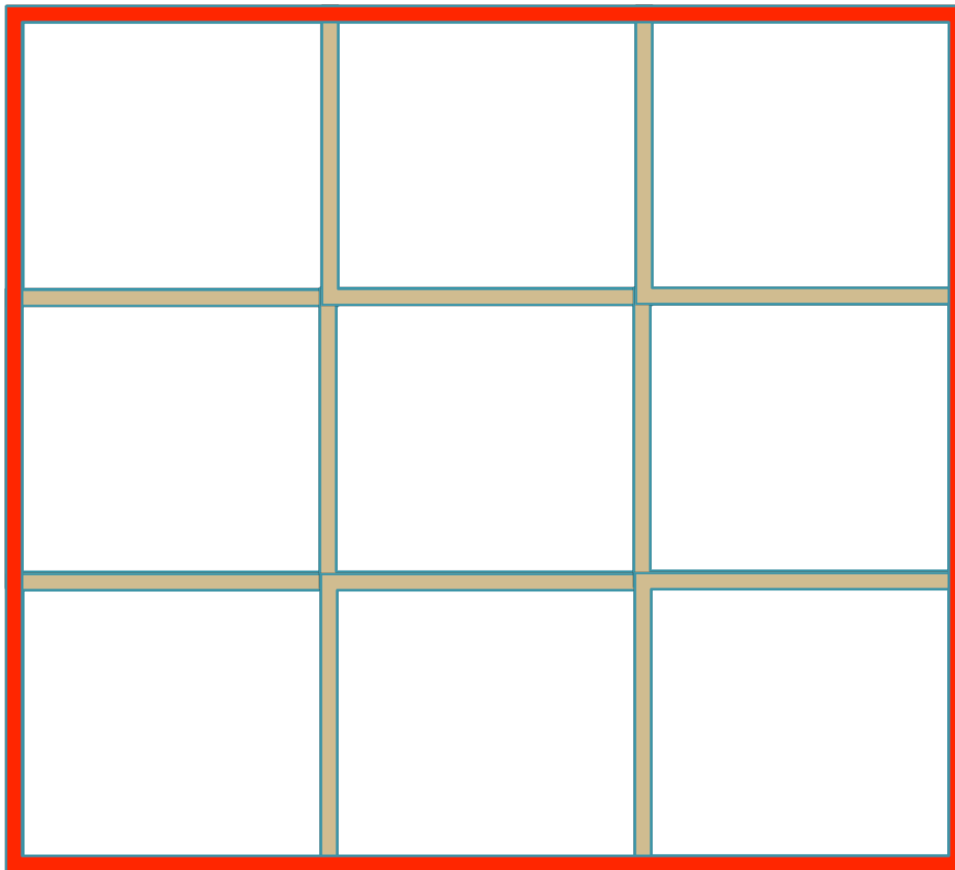
Il senso matematico delle cose I

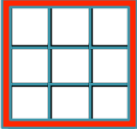
Arcavi, A. & Friedlander, A. (in press),
Tasks and Competencies in the Teaching and Learning of Algebra, NCTM


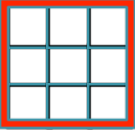
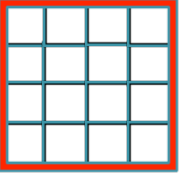
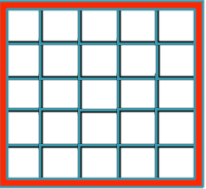




Modello schematico della torta e dei tagli


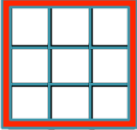
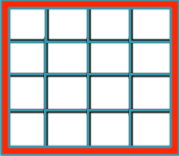
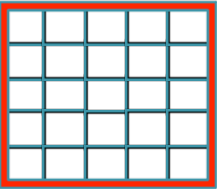


	taglia	n. 1-quadr.	n. 1-quadr. senza fr.	n. 1-quad fragole 1 lato	n. 1-quad fragole 2 lati	
	2x2					
	3x3					
	4x4					
	5x5					
	axa					

	taglia	n. 1-quadr.	n. 1-quadr. senza fr.	n. 1-quad fragole 1 lato	n. 1-quad fragole 2 lati	
	2x2	$4 = 2^2$	0	0	4	
	3x3	3^2	1	$4=4 \times 1$	4	
	4x4	4^2	2^2	$8=4 \times 2$	4	
	5x5	5^2	3^2	$12=4 \times 3$	4	
	axa	a^2	$(a-2)^2$	$4(a-2)$	4	


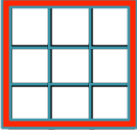
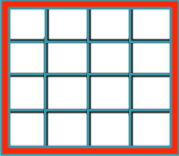
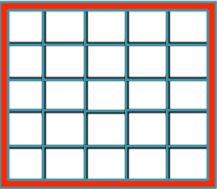
Passo 1a

Guarda con occhio matematico numeri e formule: che cosa osservi?

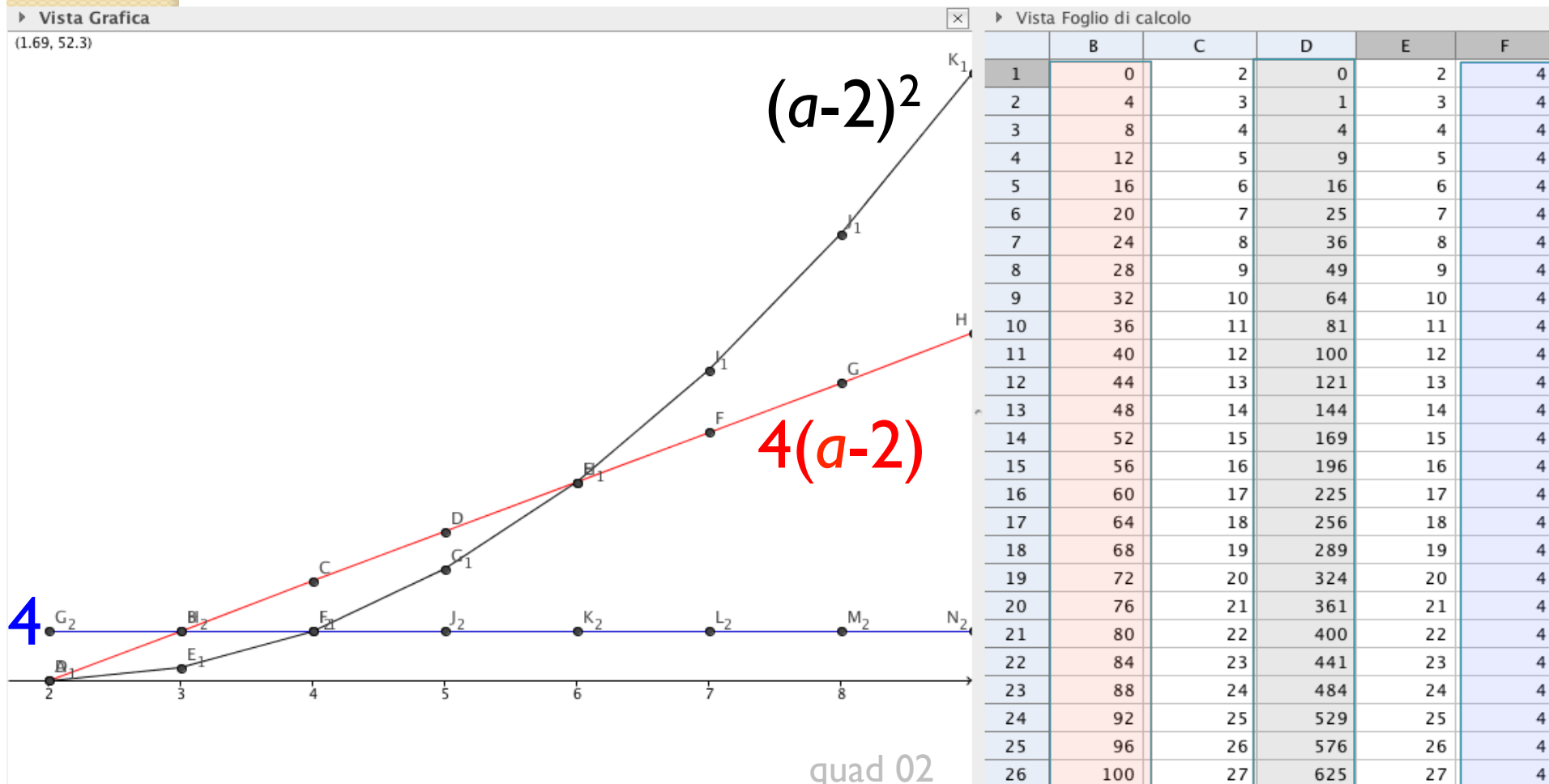
	2×2	$4 = 2^2$	0	0	4	
	3×3	3^2	1	$4 = 4 \times 1$	4	
	4×4	4^2	2^2	$8 = 4 \times 2$	4	
	5×5	5^2	3^2	$12 = 4 \times 3$	4	
	$a \times a$	a^2	$(a-2)^2$	$4(a-2)$	4	

Passo 1b

Come puoi rappresentare i dati?

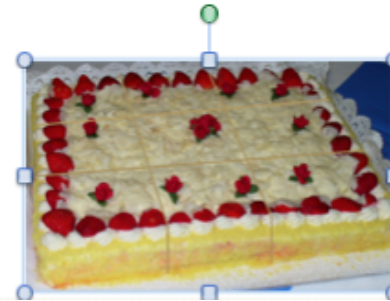
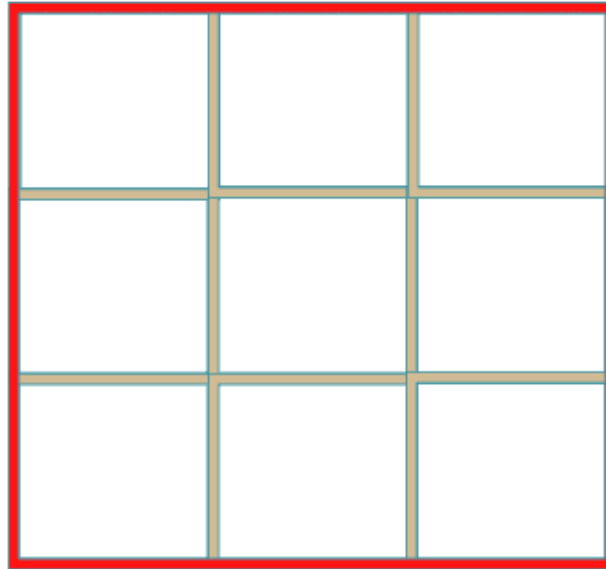
	2×2	$4 = 2^2$	0	0	4
	3×3	3^2	1	$4 = 4 \times 1$	4
	4×4	4^2	2^2	$8 = 4 \times 2$	4
	5×5	5^2	3^2	$12 = 4 \times 3$	4
	$a \times a$	a^2	$(a-2)^2$	$4(a-2)$	4

1b. Come puoi rappresentare i dati? Che cosa osservi ora?



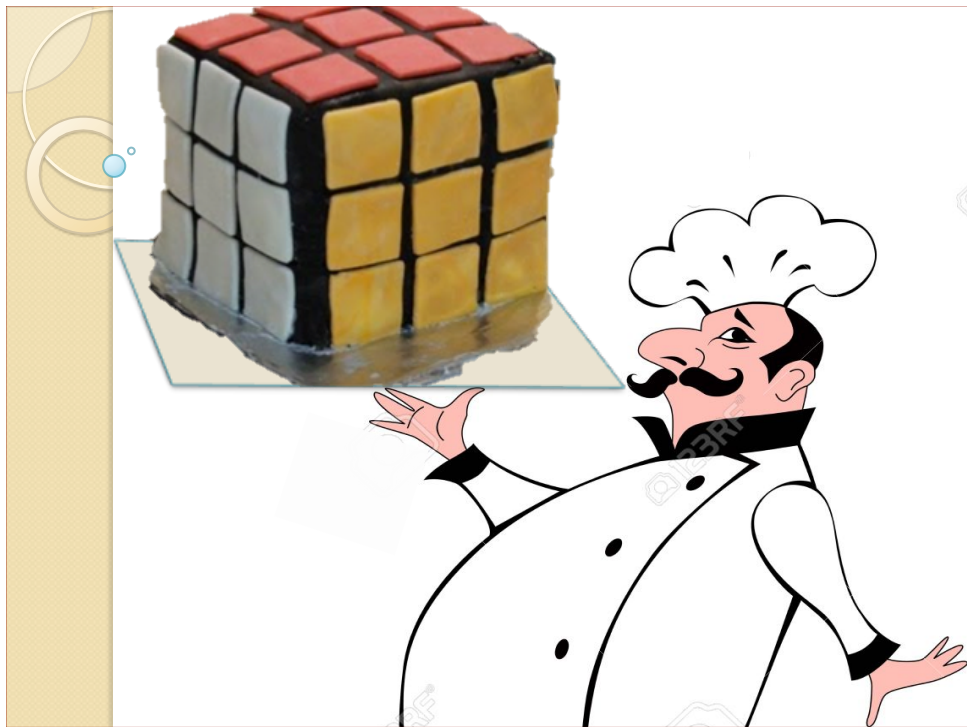
Passo 2





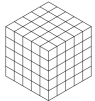
Come sarebbe se...?



Pensa a una situazione simile (per es. a tre dimensioni): come cambiano le risposte alle domande 1a, 1b?

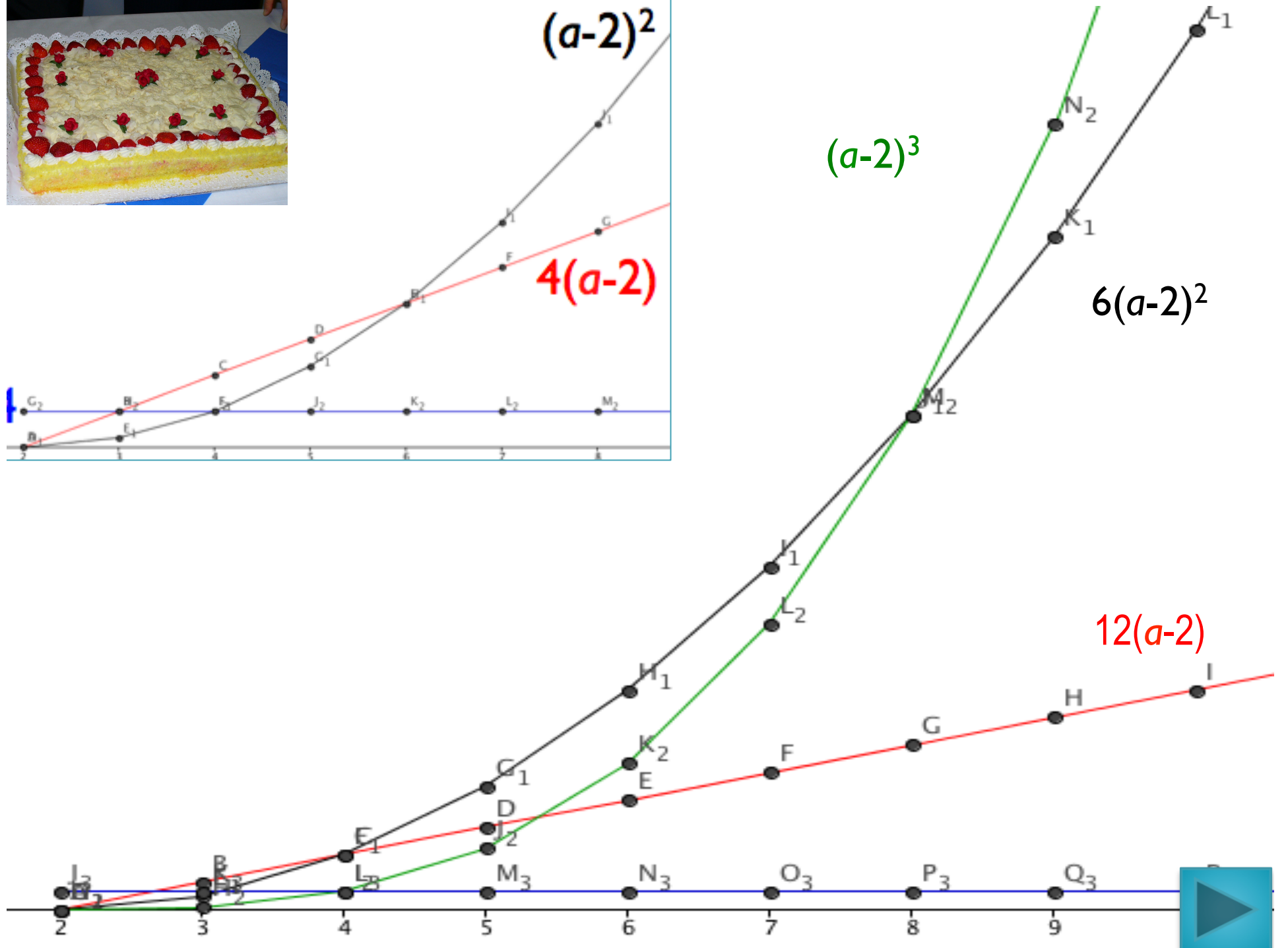
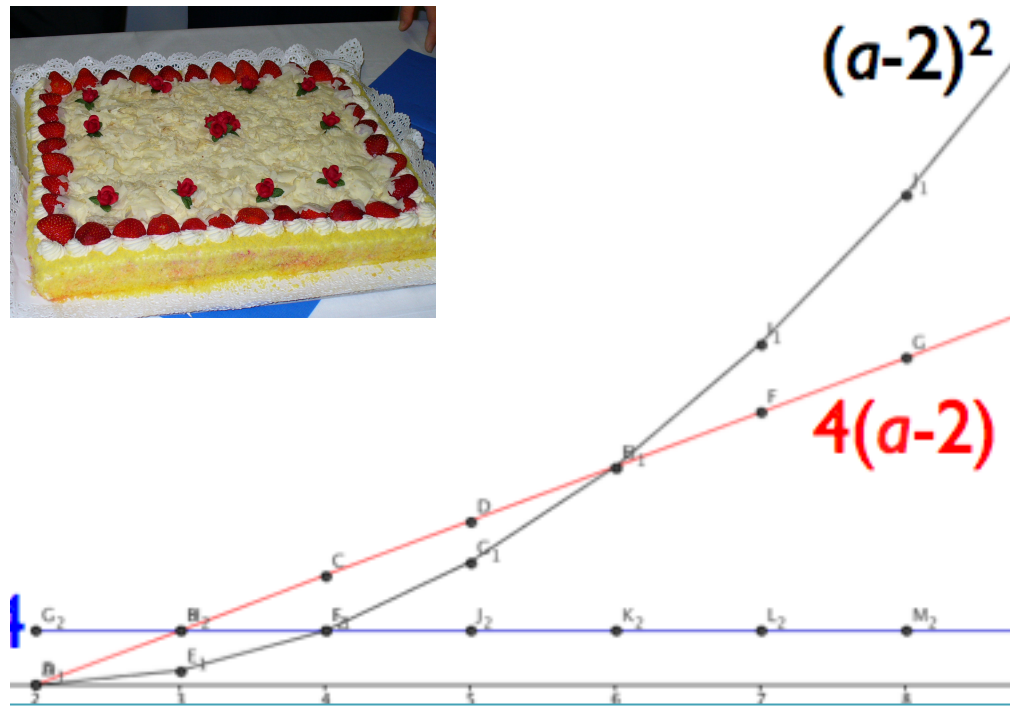




	taglia	n. 1-cubi	n. 1-cubi non glassati	n. 1-cubi glassati 1 faccia	n. 1-cubi glassati 2 facce	n. 1-cubi glassati 3 facce
	2x2x2	$8 = 2^3$	0	0	0	8
	3x3x3	3^3	1	6=6x1	12=12x1	8
	4x4x4	4^3	2^3	24=6x4	24=12x2	8
	5x5x5	5^3	3^3	54=6x9	36=12x3	8
<i>a</i> 1-cubi	<i>axaxa</i>	a^3	$(a-2)^3$	$6(a-2)^2$	$12(a-2)$	8

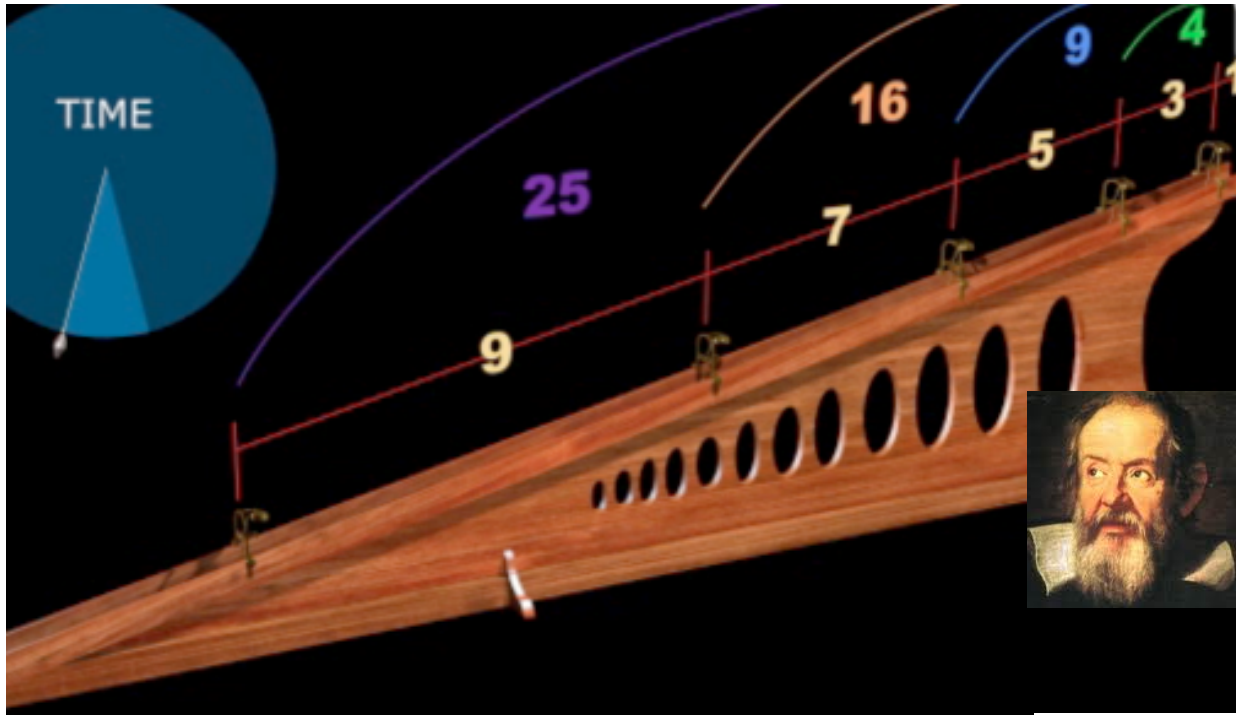
1a. Guarda con occhio matematico numeri e formule: che cosa osservi?

1b. Come rappresentarli graficamente?

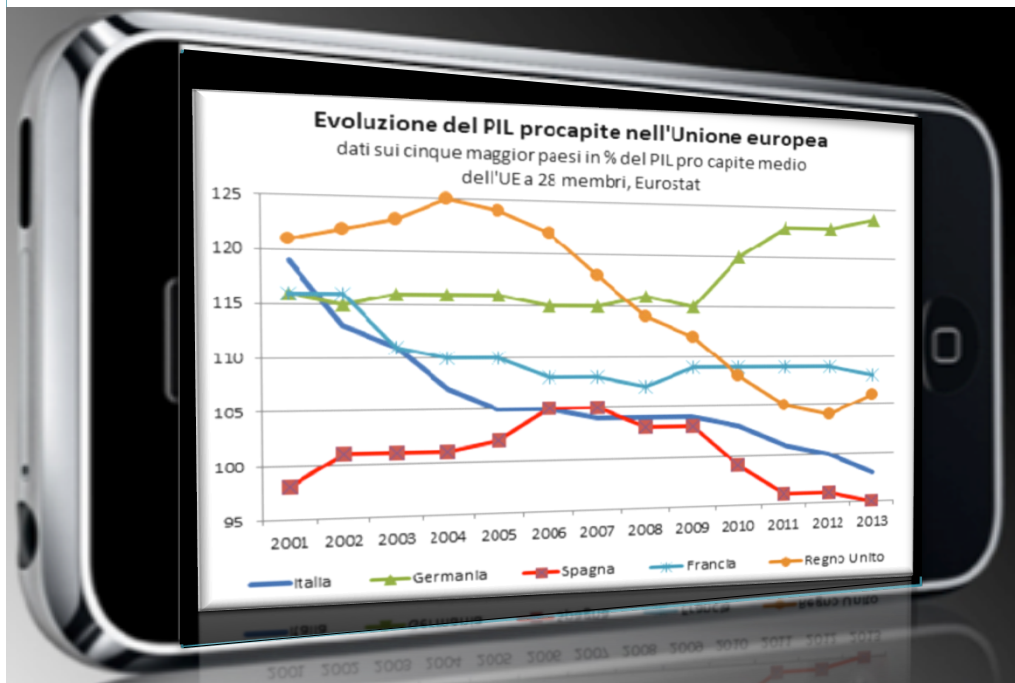




Il senso matematico delle cose II




Modellizzare il cambiamento : le radici cognitive e culturali della matematica e della scienza



Πάντα ρει





Il correlativo cognitivo del **cambiamento** è l'attenzione a ciò che cambia e come cambia e a ciò che rimane invariante in una situazione.

Il correlativo matematico del cambiamento è l'attenzione non solo ai valori quantitativi ma anche e soprattutto alle loro **differenze** e al modo di rappresentarle e manipolarle per ragionarci.

→ **LE DIFFERENZE FINITE:**

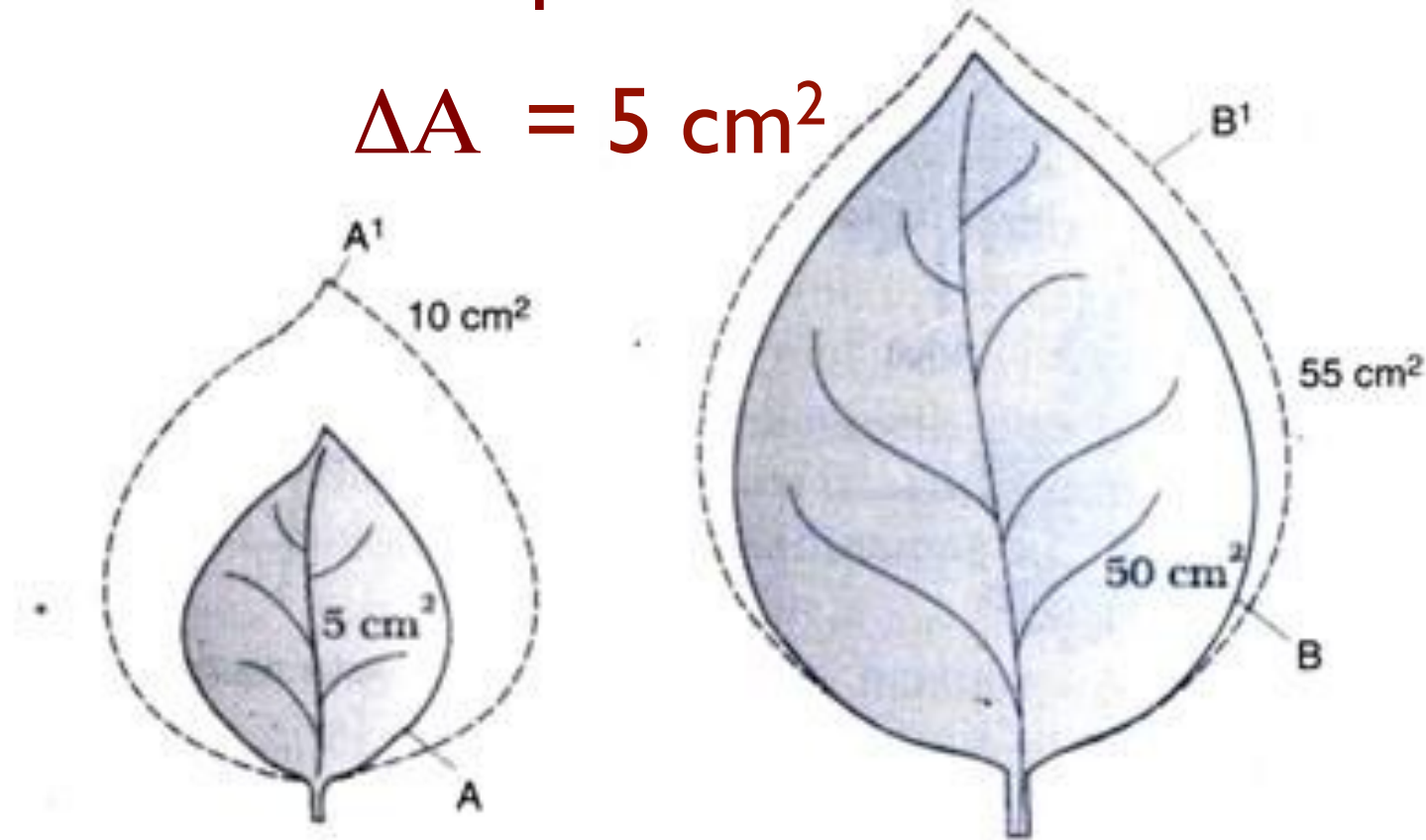
- a) Uno strumento potente che permette di preparare il calcolo differenziale fin dai primi anni.
- b) Uno strumento facilmente implementabile con i software didattici.

Differenze: una misura del cambiamento (quadrati)

a	$4(a-2)$	a	a^2	a	4	ΔB	ΔD
A	B	C	D	E	F	G	H
2	0	2	0	2	4	4	1
3	4	3	1	3	4	4	3
4	8	4	4	4	4	4	5
5	12	5	9	5	4	4	7
6	16	6	16	6	4	4	9
7	20	7	25	7	4	4	11
8	24	8	36	8	4	4	13
9	28	9	49	9	4	4	15
10	32	10	64	10	4	4	17
11	36	11	81	11	4	4	19
12	40	12	100	12	4	4	21
13	44	13	121	13	4	4	23
14	48	14	144	14	4	4	25
15	52	15	169	15	4	4	27
16	56	16	196	16	4	4	29
17	60	17	225	17	4	4	31

Un'idea più fine del cambiamento

$$\Delta A = 5 \text{ cm}^2$$



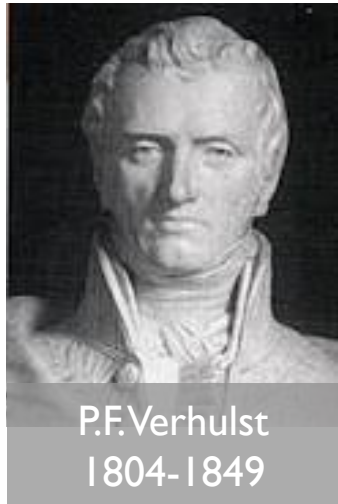
Il cambiamento relativo $\Delta_r A = \Delta A / A$

$$\Delta_r = 5 \text{ cm}^2 / 5 \text{ cm}^2$$

100%

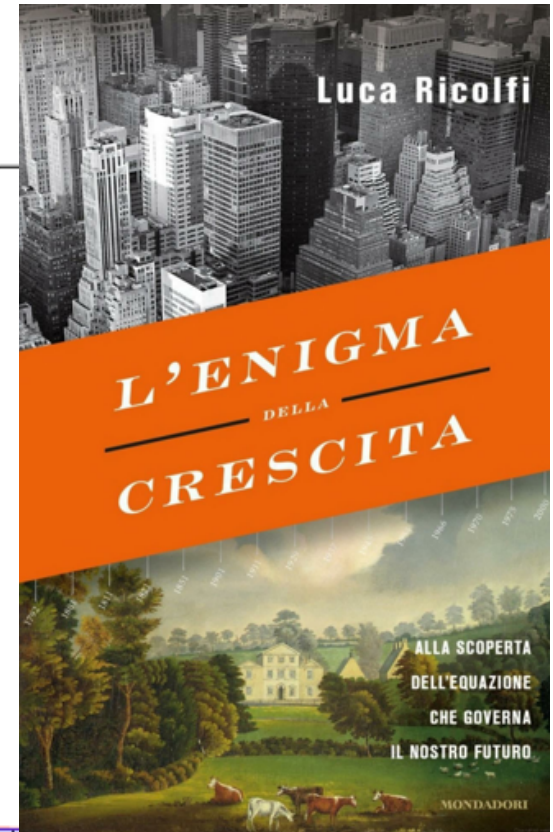
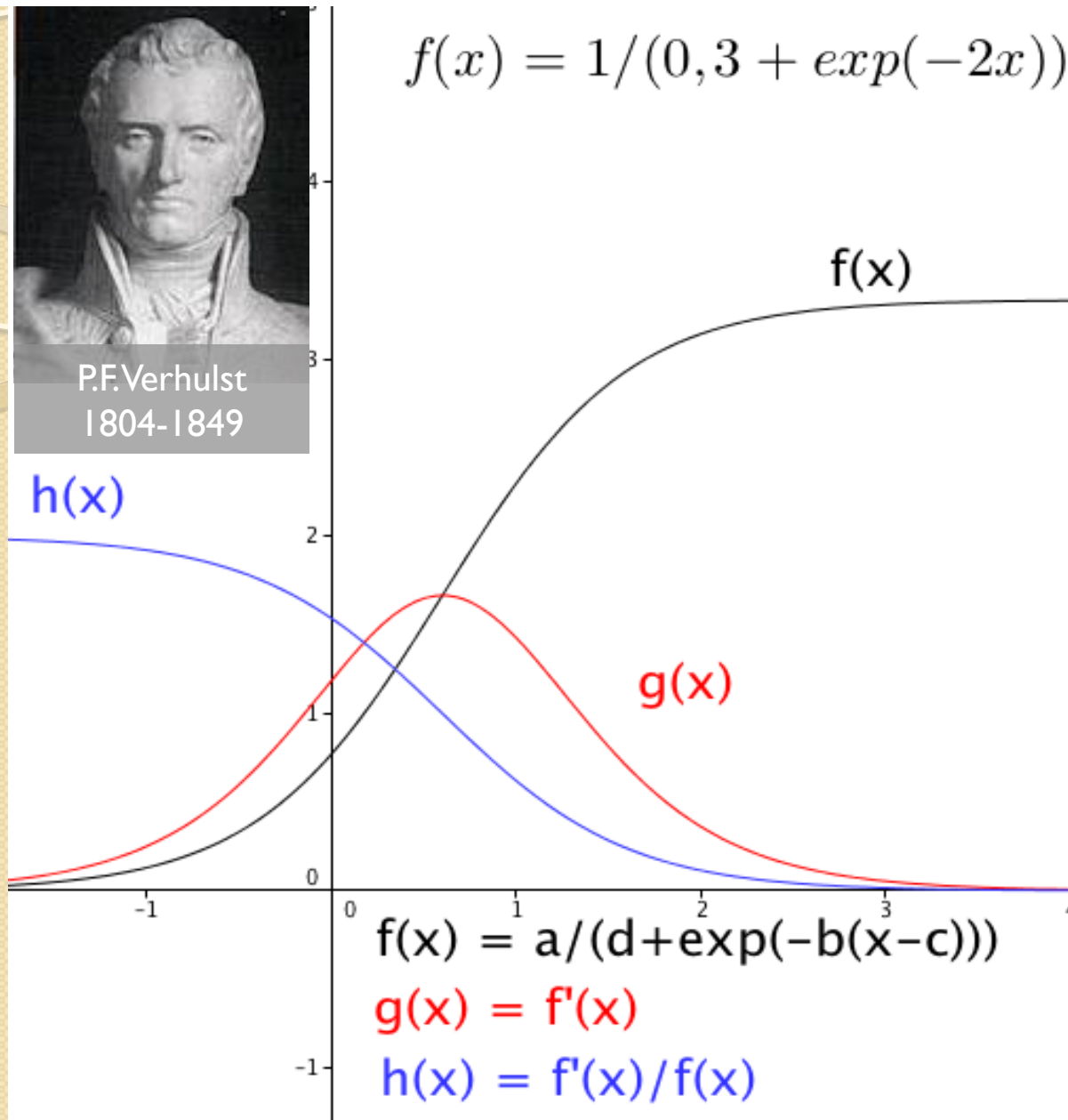
$$\Delta_r = 5 \text{ cm}^2 / 50 \text{ cm}^2$$

10%



P.F. Verhulst
1804-1849

$$f(x) = 1/(0,3 + \exp(-2x))$$



Verhulst 04

Fenomeni di crescita in biologia ed economia: ragionare sul cambiamento come educazione alla razionalità



Il metodo della ricerca variata (MRV)

Riassumiamo in uno schema quanto abbiamo fatto:

- I. Una situazione: osservare (O_i), formulare domande (D_j), dare risposte (R_k)
- II. Modificare una (o più) O_i negandola (quindi variando la situazione) $\rightarrow (\sim O_i)$.
- III. Nascono nuove osservazioni (O_i)*, ulteriori domande (D_j)*, e nuove risposte (R_k)*.

Perché è così?

Che cosa capita se non è così?

a) **MRV** varia la situazione e favorisce così la comprensione

- Per capire meglio qualcosa consideriamola da più punti di vista e variamone le sue proprietà a una a una, “per vedere l’effetto che fa”.

La teoria della variazione, dalla pedagogia cinese classica:

- **CONTRASTO:** *Per avere esperienza di qualcosa una persona deve fare esperienza di qualcosa di diverso per fare un confronto.*
- **GENERALIZZAZIONE:** *Per capire che cosa è ‘tre’ devo fare esperienza di una varietà di situazioni in cui ‘tre’ appare.*
- **SEPARAZIONE:** *Per fare esperienza di un certo aspetto di qualcosa e al fine di separare questo aspetto da altri aspetti, bisogna variarlo mentre gli altri aspetti non cambiano.*
- **FUSIONE:** *Se ci sono vari aspetti critici che chi apprende deve prendere in considerazione insieme, di essi deve fare esperienza simultaneamente.*

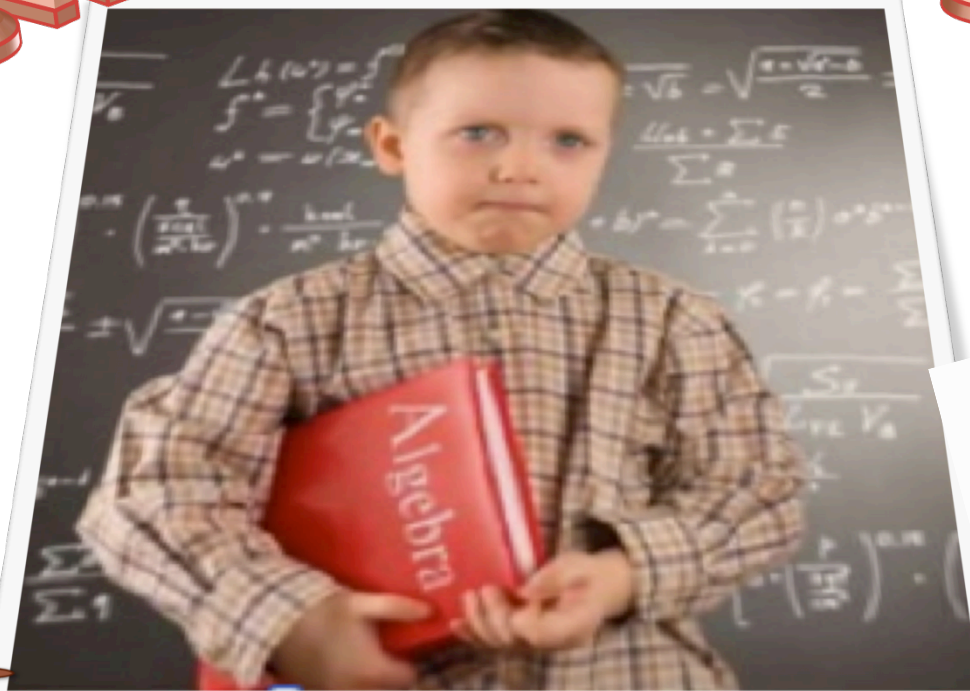
(Marton, F., Runesson, U., & Tsui, A. B. M., 2004, p. 16)

b) MRV promuove il pensiero ipotetico

Le attività argomentative in cui si producono ipotesi o si generano condizionalità sono riconducibili a due modalità principali:

- Produzione di *congetture interpretative* di ciò che si è fatto/ si percepisce, ad es. al fine produrre interpretazioni, spiegazioni, risposte a domande del tipo “perché è/non è così?”
- Produzione di *congetture previsionali*, discorsi ipotetici su situazioni possibili/future, risposte a domande del tipo: “come sarà?”, “come potrebbe essere?”

L'allievo
come ricercatore



Investigatore matematico





Competenze



L'allievo
come ricercatore



Investire
nel
futuro
migliore
matematico
allievo




MRV e le competenze matematiche



MRV muove da strategie “naturali” nella vita di tutti i giorni.

• L'insegnante, promuovendolo MRV nelle sue pratiche didattiche favorisce la transizione al contesto matematico.

Permette così la costruzione di competenze matematiche, in cui le **conoscenze** si intrecciano con le **competenze argomentative** degli allievi in situazioni in cui sono coinvolti come **investigatori matematici a risolvere e a porsi dei problemi**.



**MRV induce un atteggiamento
aperto alla ricerca, in cui
l'allievo in quanto
investigatore / ricercatore:**

- pone e si pone problemi;
- produce ipotesi, definizioni, argomentazioni;
- non è imbalsamato nel tipico schema chiuso:
situazione data → risolvi/dimostra.

Questi obiettivi corrispondono a quanto scritto sia nei *Traguardi* (I ciclo) sia nel *Profilo educativo culturale e professionale dello studente* (Licei, Istituti Tecnici).



Che cosa significa “fare matematica” in classe?

Con MRV le attività matematiche di Risoluzione/Posizione di problemi e le produzioni argomentative si sviluppano intrecciandosi grazie a reciprochi feed-back con le competenze strumentali (CON) generando una **struttura dinamica di base**:

$$\text{CON} \leftrightarrow \text{Ps/p\&ARG}$$



MACRO-AREE DI COMPETENZE

CON \leftrightarrow Ps/p&ARG in classe

CONOSCERE (CON)


RISOLVERE/PORSI PROBLEMI (Ps/p):

ARGOMENTARE (ARG)



PARTE II
Competenze:
come/che cosa
si valuta?


Valutare



Nel corso degli ultimi anni il gruppo di lavoro INVALSI sulle prove di matematica ha individuato un QdR in cui raggruppa le competenze matematiche secondo tre dimensioni:

Conoscere,
Risolvere problemi
Argomentare.

Mattei, A., Mastrogiovanni, A., Garuti, R. & Pozio, S. (2016). I Quadri di Riferimento di italiano e matematica del Servizio Nazionale di Valutazione, in: Fiore, B. & Pedrizzi, T., *Valutare per migliorare le scuole. Milano: Mondadori Università, Cap 3, p. 55-84.*



In questo senso possiamo parlare di *Competenze strumentali al Problem Solving* e all'*Argomentazione* che devono essere accertate proprio per questo carattere di strumentalità necessaria allo svolgimento di compiti più complessi.

Le attività matematiche di Risoluzione/Posizione di problemi (Ps/p) e le produzioni argomentative (ARG) si sviluppano intrecciandosi grazie a reciproci feed-back con le competenze strumentali (CON) generando una

**struttura dinamica
di competenze base in classe:**

CON \leftrightarrow Ps/p&ARG



Esempi

D11. Per preparare 4 tovagliette all'uncinetto la nonna utilizza 6 gomitoli di cotone. (Primaria V)

a. Quanti gomitoli dello stesso tipo dovrà utilizzare per preparare 20 tovagliette?

Risposta:

b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

.....

.....

.....



III media Argomentativa

D6. Considera il numero 15. Raddoppialo, poi raddoppia il risultato, poi continua a raddoppiare. In questo modo arrivi a trovare tutti i multipli di 15?

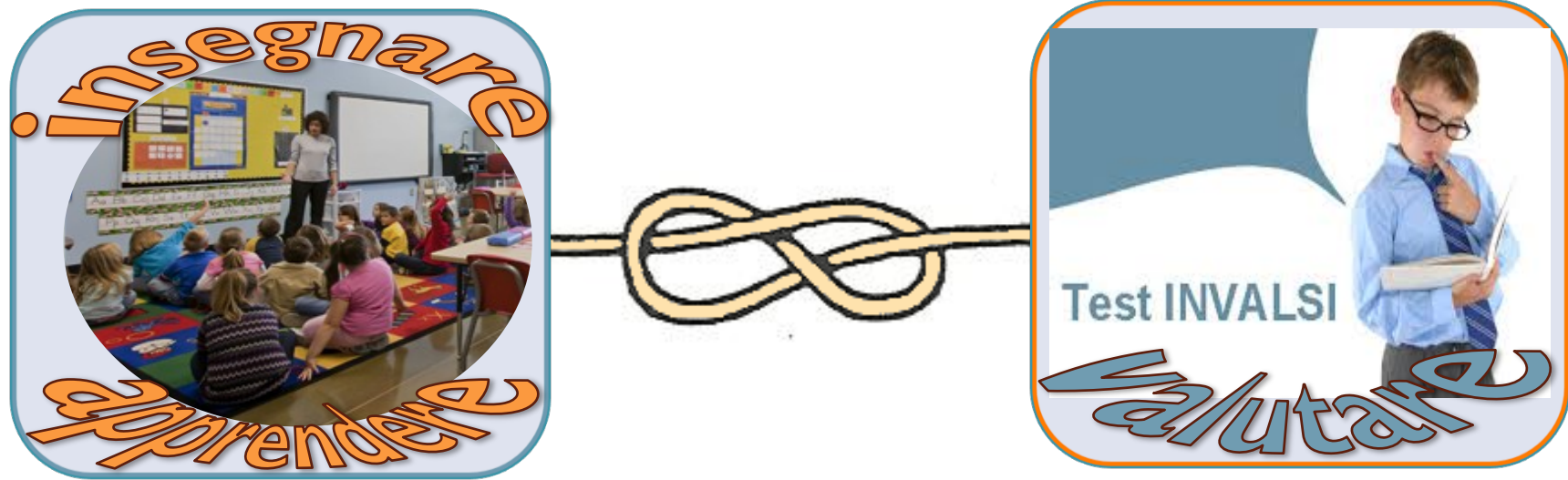
Scegli la risposta e completa la frase.

Sì, perché

.....

No, perché

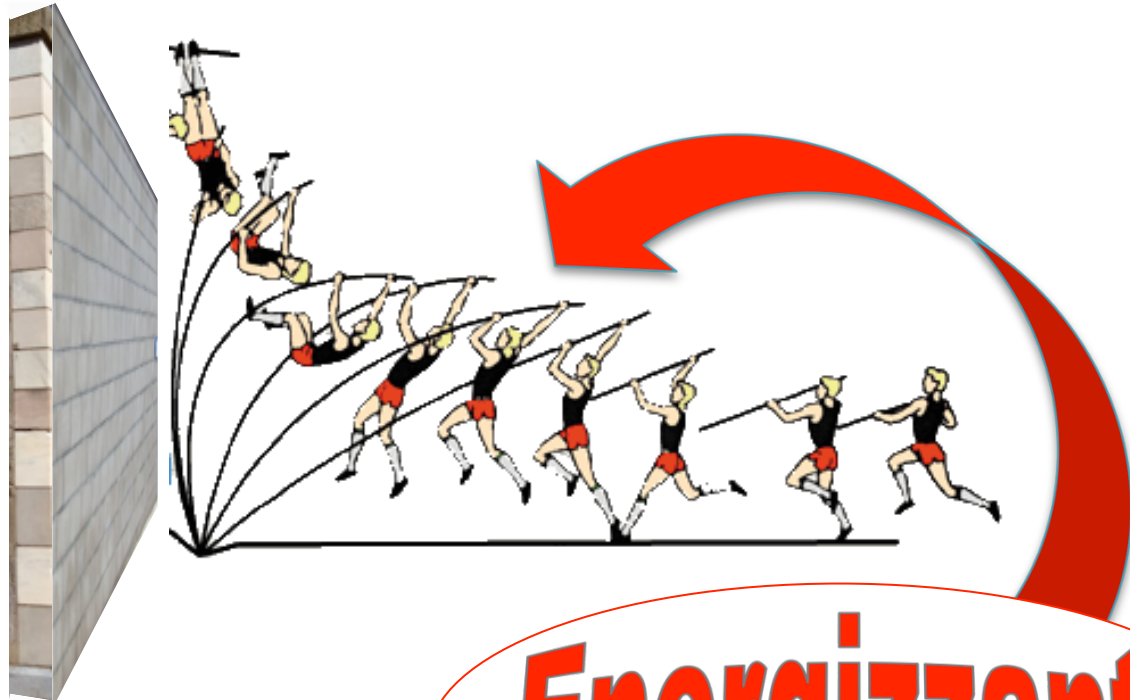
.....



Limiti e Potenzialità
delle prove INVALSI
rispetto alle *competenze* accertabili
nelle aree
del *Risolvere problemi*
e dell'*Argomentare*.

PARTE III
Sinergie:
luci e ombre

Ostacoli



Energizzanti

Un primo limite per le competenze accertabili con le prove INVALSI:

Per quanto riguarda i **problemi**, è bene avere chiaro il fatto che attraverso le prove INVALSI è difficile accertare una competenza importante come l'orientarsi in una situazione problematica fino a individuare il problema da affrontare (*Problem Posing*), ed è anche difficile accertare la capacità di affrontare un problema «grezzo» procurandosi i dati necessari per risolverlo.

Un secondo limite per le competenze accertabili con le prove INVALSI:

Nella dimensione **Argomentazione**

- (i) più arduo appare costruire quesiti che richiedono di scegliere l'affermazione corretta e di produrre una giustificazione per essa.
- (ii) quasi impossibile allo stato attuale di elaborazione delle prove, appare accertare la capacità di produrre e poi giustificare un'affermazione, a partire da un quesito aperto del tipo «ipotizzare e verificare» e, più in particolare, del tipo «congetturare e dimostrare».

In classe si va (si dovrebbe andare) oltre i limiti delle prove Invalsi (**valutazione sommativa**) verso l'acquisizione delle competenze di base in

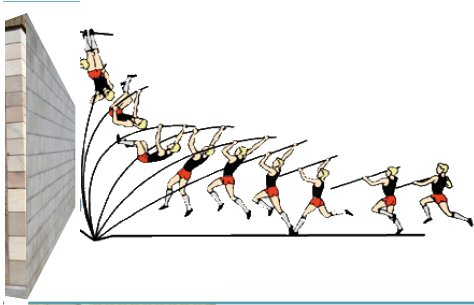
CON \leftrightarrow Ps/p&ARG

Ma traendo profitto dei risultati delle Prove INVALSI relative a questi domini.

Cioè occorre lavorare in sinergia con i domini fondamentali del QdR Invalsi colmando i limiti additati nei loro documenti rispetto a Ps e ARG e promuovendo sia una **valutazione formativa** sia un **insegnamento mirato** al conseguimento delle competenze relative a

CON \leftrightarrow Ps/p&ARG

Ciò può essere perseguito tramite la formazione nella Scuola di **comunità di pratica** e, possibilmente, **di indagine**, in cui questi problemi siano discussi e approfonditi.



I limiti da superare:

- Problem Posing
- Giustificare
- Ipotizzare/Congetturare
- Verificare/Dimostrare

Inoltre: attenzione particolare al ruolo delle rappresentazioni e alle dinamiche tra queste



Esempi

(Primaria V)

D11. Per preparare 4 tovagliette all'uncinetto la nonna utilizza 6 gomitoli di cotone.

a. Quanti gomitoli dello stesso tipo dovrà utilizzare per preparare 20 tovagliette?

Risposta:

b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

.....

.....

.....



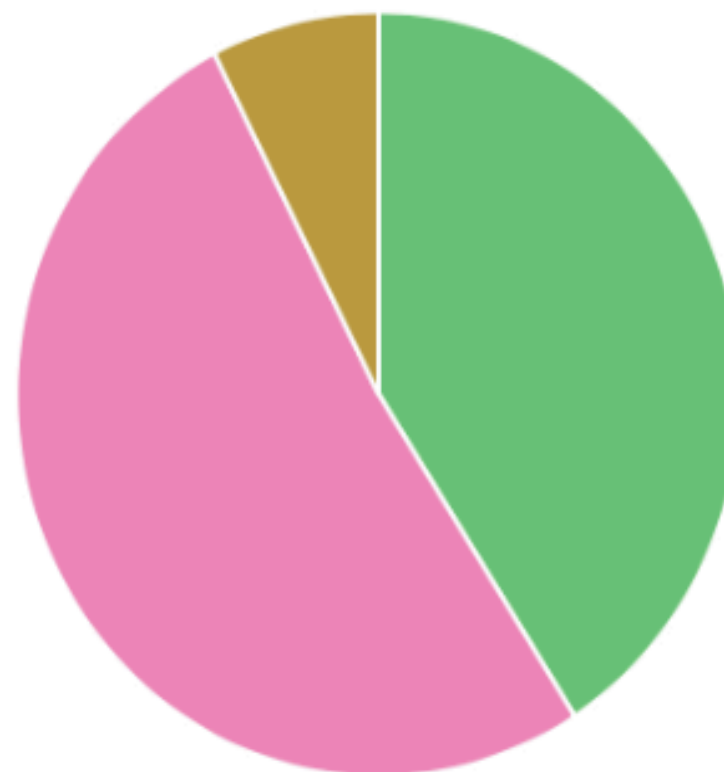
1

I protocolli:
una lente per
leggere i
processi e
indirizzare gli
interventi
didattici

Risposta esatta

30 gomitoli

Percentuali nazionali



■ Risposte corrette 40.9%

■ Risposte errate 51.6%

■ Risposte Mancate 7.5%

D11. Per preparare 4 tovagliette all'uncinetto la nonna utilizza 6 gomitoli di cotone.

- a. Quanti gomitoli dello stesso tipo dovrà utilizzare per preparare 20 tovagliette?

Risposta: *Dovrà usare 22 gomitoli*

- b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

Prima ho fatto $6-4=2$, dopo al 20 ho aggiunto 2 e mi è venuta 22

Modello
ADDITIVO

D11. Per preparare 4 tovagliette all'uncinetto la nonna utilizza 6 gomitoli di cotone.

- a. Quanti gomitoli dello stesso tipo dovrà utilizzare per preparare 20 tovagliette?

Risposta: *24*

- b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

ho moltiplicato 6 gomitoli per 4 tovagliette e mi è venuta 24

Contratto
didattico

Energizzanti

Per preparare 4 tovagliette all'uncinetto la nonna utilizza 6 gomitoli di cotone.

- a. Quanti gomitoli dello stesso tipo dovrà utilizzare per preparare 20 tovagliette?

Risposta: 120

- b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

ho moltiplicato 6 gomitoli per 20, cioè 20
tovagliette

Contratto
didattico

D11. Per preparare 4 tovagliette all'uncinetto la nonna utilizza 6 gomitoli di cotone.

M1305D11A0 - M1305D11B0

- a. Quanti gomitoli dello stesso tipo dovrà utilizzare per preparare 20 tovagliette?

Risposta: dovrà utilizzare 30 gomitoli

- b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

Si come per preparare 4 tovagliette si servono 6
gomitoli (quindi due su più) basta fare per 20
tovagliette più 10.

Modello
additivo-
moltiplicativo

$$\begin{array}{r} 1,5 = \\ \hline 100 \\ 20 - \\ \hline 300 \end{array}$$

M1305D11A0 - M1305D11B0

D11. Per preparare 4 tovagliette all'uncinetto la nonna utilizza 6 gomitoli di cotone.

a. Quanti gomitoli dello stesso tipo dovrà utilizzare per preparare 20 tovagliette?

Risposta:30.....

Modello
moltiplicativo

b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

La nonna utilizza un gomitolo e mezzo
per preparare una tovaglietta quindi
io ho fatto così = $20 \times 1,5 = 30$



- D13.** Una medicina viene venduta in scatole da 28 compresse divisibili come quella in figura. Ogni compressa è da 20 mg. La nonna di Piero deve prendere tutti i giorni, per un mese, 30 mg di questa medicina (1/3 della compressa)



Per quanti giorni la nonna di Piero può prendere la sua dose giornaliera del farmaco utilizzando una sola scatola?

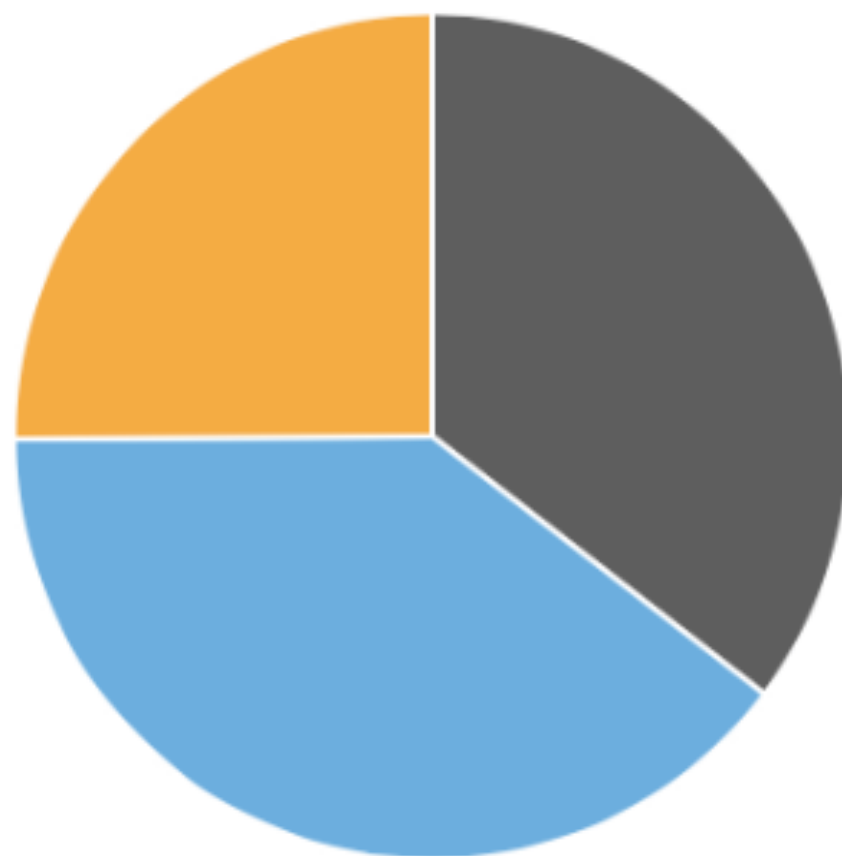
Scrivi come hai fatto per trovare la risposta e poi riporta il risultato.

.....

2

I protocolli: una lente per leggere i processi e indirizzare gli interventi didattici

Percentuali nazionali



■ Risposte corrette 35.4%

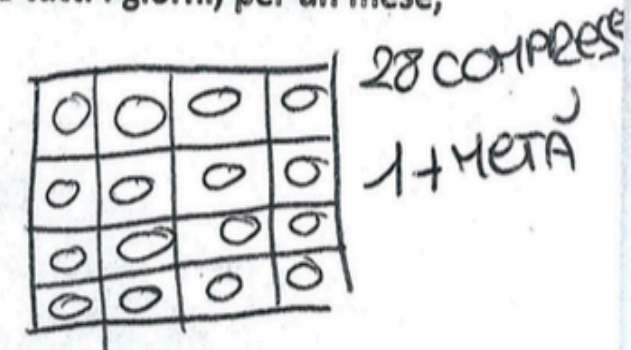
■ Risposte errate 39.5%

■ Risposte Mancate 25.1%

07.

Una medicina viene venduta in scatole da 28 compresse divisibili come quella in figura. Ogni compressa è da 20 mg. La nonna di Piero deve prendere tutti i giorni, per un mese, 30 mg di questa medicina.

correct



Per quanti giorni la nonna di Piero può prendere la sua dose giornaliera del farmaco utilizzando una sola scatola?

Scrivi come hai fatto per trovare la risposta e poi riporta il risultato.

OGNI GIORNO DEVE PRENDERE 1/2 COMPRESSA + META
 COMPRESSA. COMPLESSIVAMENTE DURERA 18 GIORNI
 MA RIMANE 1 COMPRESSA IN PIU

Risultato:18..... giorni

Energizzanti

erob



Per quanti giorni la nonna di Piero può prendere la sua dose giornaliera del farmaco utilizzando una sola scatola?

Scrivi come hai fatto per trovare la risposta e poi riporta il risultato.

~~1~~ 3 5 7 9 11 13 15 17 19
~~12~~ 14 16 18 20 22 24 26 28
~~1~~ 4 6 8 10 12 14 16 18

Risultato: 19 giorni

(Mancano 10 mg della
medicina e quindi
bisogna comprare
un'altro)

MAT08F5

III media Argomentativa

D6. Considera il numero 15. Raddoppialo, poi raddoppia il risultato, poi continua a raddoppiare. In questo modo arrivi a trovare tutti i multipli di 15?

Scegli la risposta e completa la frase.

Sì, perché

.....

No, perché

3

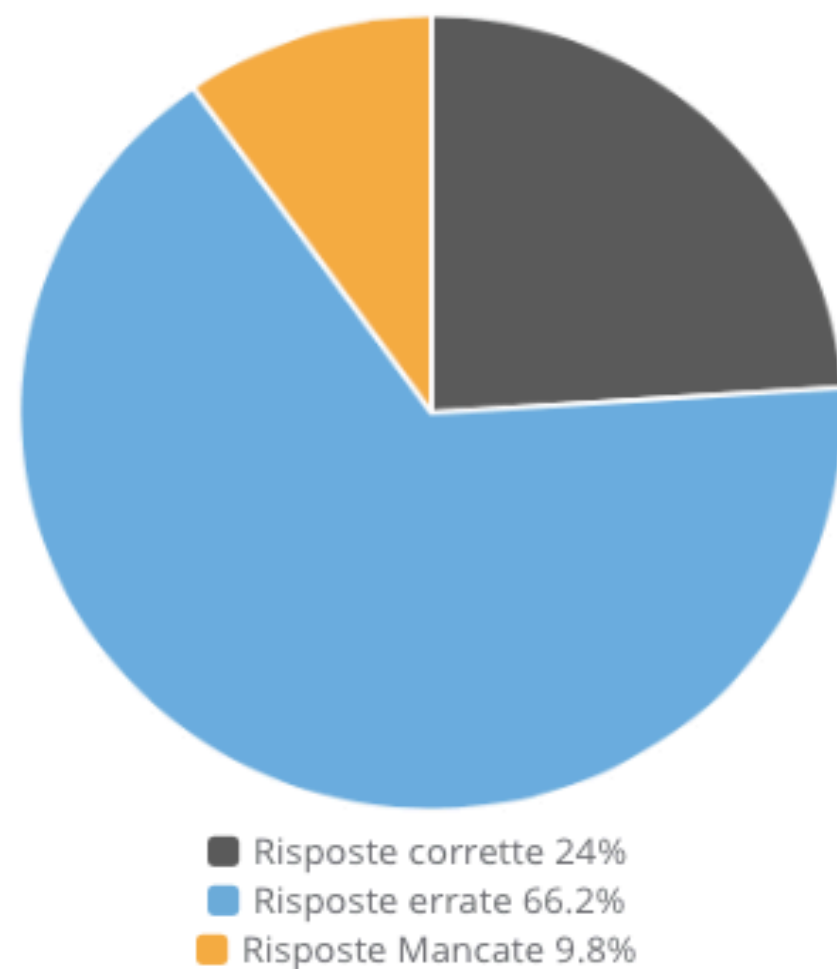
I protocolli: una lente per leggere i processi e indirizzare gli interventi didattici: **sì però...(3)**

Risposta esatta

No, perché...

- sono ovviamente corrette le risposte che mostrano un controesempio
- sono accettate le risposte che fanno riferimento al fatto che si generano solo alcuni multipli del 15 con una giustificazione di tipo generale

Percentuali nazionali



D6. Considera il numero 15. Raddoppialo, poi raddoppia il risultato, poi continua a raddoppiare. In questo modo arrivi a trovare tutti i multipli di 15?

Scegli la risposta e completa la frase.

Sì, perché

E No, perché $15 \cdot 2 = 30$ $30 \cdot 2 = 60$ non c'è il
 45 che è un multiplo di 15

D14. Considera il numero 15. Raddoppialo, poi raddoppia il risultato, poi continua a raddoppiare. In questo modo arrivi a trovare tutti i multipli di 15?

Scegli la risposta e completa la frase.

^{no} Sì, perché

No, perché ...ad esempio quando si raddoppia 60 viene 120 che non è divisibile per 15

C

D14. Considera il numero 15. Raddoppialo, poi raddoppia il risultato, poi continua a raddoppiare. In questo modo arrivi a trovare tutti i multipli di 15?

Scegli la risposta e completa la frase.

Sì, perché

E No, perché ... si raddoppia il risultato del doppio di 15, non si triplica, o si fa $\times 4$, $\times 5$, $\times 6$ il numero 15.

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 2 \\ \hline 30 \\ \times 2 \\ \hline 60 \end{array}$$



Conclusioni

Un filo rosso tra QdR e attività in classe



D. 6 Marco afferma che per ogni numero naturale n maggiore di 0, $n^2 + n + 1$ numero primo. Scegli una delle due affermazioni.

Marco ha ragione, perché

Marco non ha ragione, perché

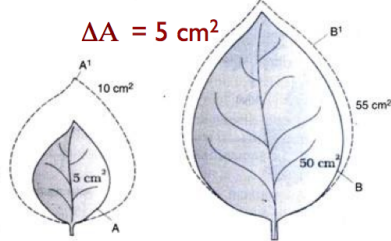
D.12 Osserva la seguente tabella.

	Multipli di 4	Non multipli di 4
Pari		
Dispari		

a. Inserisci i seguenti numeri al posto giusto nella tabella
10 25 36

b. È possibile inserire un numero nella casella grigia?
 A. No, perché tutti i multipli di 4 sono pari
 B. No, perché 27 è dispari ma non è un multiplo di 4
 C. Sì, perché ad es. posso inserire 17 che è dispari
 D. Sì, perché ad es. posso inserire 12 che è multiplo di 4

Un'idea più fine del cambiamento



Il cambiamento relativo $\Delta_r A = \Delta A/A$

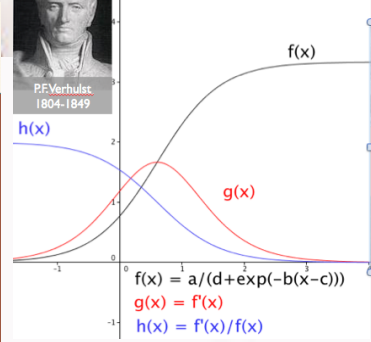
$\Delta_r = 5 \text{ cm}^2 / 5 \text{ cm}^2 = 100\%$ $\Delta_r = 5 \text{ cm}^2 / 50 \text{ cm}^2 = 10\%$

Differenze: una misura del cambiamento (cubi)

a	$12(a-2)$	$6(a-2)^2$	$(a-2)^3$	$\Delta 1B$	$\Delta 1D$	$\Delta 2D$	$\Delta 1F$	$\Delta 2F$	$\Delta 3F$
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	12	6	1	12	6	1	12	6	1
4	24	24	8	12	18	32	12	18	32
5	36	54	27	12	30	72	12	30	72
6	48	96	64	12	42	120	12	42	120
7	60	150	125	12	54	180	12	54	180
8	72	216	216	12	66	240	12	66	240
9	84	294	343	12	78	300	12	78	300
10	96	384	512	12	90	360	12	90	360
11	108	486	729	12	102	420	12	102	420
12	120	600	1000	12	114	480	12	114	480
13	132	726	1331	12	126	540	12	126	540
14	144	864	1728	12	138	600	12	138	600
15	156	1014	2197	12	150	660	12	150	660
16	168	1176	2744	12	162	720	12	162	720
17	180	1350	3375	12	174	780	12	174	780
18	192	1536	4096	12	186	840	12	186	840
19	204	1734	4913	12	198	900	12	198	900
20	216	1944	5840	12	210	960	12	210	960
21	228	2166	6859	12	222	1020	12	222	1020
22	240	2400	8000	12	234	1080	12	234	1080
23	252	2646	9273	12	246	1140	12	246	1140
24	264	2904	10648	12	258	1200	12	258	1200
25	276	3174	12167	12	270	1260	12	270	1260
26	288	3456	13824	12	282	1320	12	282	1320
27	300	3750	15625	12	294	1380	12	294	1380
28	312	4056	17576	12	306	1440	12	306	1440



$f(x) = 1/(0,3 + \exp(-2x))$



$f(x) = a/(d + \exp(-b(x-c)))$
 $g(x) = f'(x)$
 $h(x) = f'(x)/f(x)$

Un filo rosso tra QdR e attività in classe

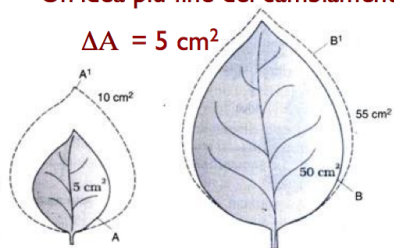


D. 6 Marco afferma che per ogni numero naturale n maggiore di 0, $n^2 + n + 1$ numero primo. Scegli una delle due affermazioni.

Marco ha ragione, perché

Marco non ha ragione, perché

Un'idea più fine del cambiamento

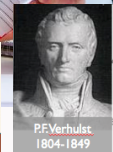


Il cambiamento relativo $\Delta_r A = \Delta A / A$

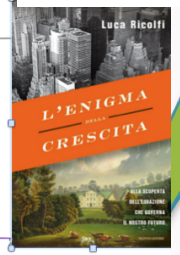
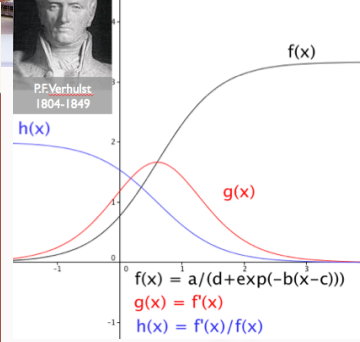
$\Delta_r = 5 \text{ cm}^2 / 5 \text{ cm}^2 = 100\%$ $\Delta_r = 5 \text{ cm}^2 / 50 \text{ cm}^2 = 10\%$

Differenze: una misura del cambiamento (cubi)

a	$12(a-2)$	$6(a-2)^2$	$(a-2)^3$	$\Delta 1B$	$\Delta 1D$	$\Delta 2D$	$\Delta 1F$	$\Delta 2F$	$\Delta 3F$
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	12	6	1	12	18	12	12	18	12
4	24	24	8	24	30	32	19	18	6
5	36	54	27	36	42	42	27	24	6
6	48	96	64	48	54	54	36	30	6
7	60	150	125	60	66	66	45	36	6
8	72	216	216	72	78	78	54	42	6
9	84	294	343	84	90	90	63	48	6
10	96	384	512	96	102	102	72	54	6
11	108	486	729	108	114	114	81	60	6
12	120	600	1000	120	126	126	90	66	6
13	132	726	1331	132	138	138	99	72	6
14	144	864	1728	144	150	150	108	78	6
15	156	1014	2197	156	162	162	117	84	6
16	168	1176	2744	168	174	174	126	90	6
17	180	1350	3375	180	186	186	135	96	6
18	192	1536	4096	192	198	198	144	102	6
19	204	1734	4913	204	210	210	153	108	6
20	216	1944	5840	216	222	222	162	114	6
21	228	2166	6889	228	234	234	171	120	6
22	240	2400	8000	240	246	246	180	126	6
23	252	2646	9261	252	258	258	189	132	6
24	264	2904	10648	264	270	270	198	138	6
25	276	3174	12167	276	282	282	207	144	6
26	288	3456	13824	288	294	294	216	150	6
27	300	3750	15627	300	306	306	225	156	6
28	312	4056	17576	312	318	318	234	162	6



$f(x) = 1/(0,3 + \exp(-2x))$



D.12 Osserva la seguente tabella.

	Multipli di 4	Non multipli di 4
Pari		
Dispari		

a. Inserisci i seguenti numeri al posto giusto nella tabella
 10 25 36

b. È possibile inserire un numero nella casella grigia?
 A. No, perché tutti i multipli di 4 sono pari
 B. No, perché 27 è dispari ma non è un multiplo di 4
 C. Sì, perché ad es. posso inserire 17 che è dispari
 D. Sì, perché ad es. posso inserire 12 che è multiplo di 4


La mediazione dell'insegnante



Sinergia tra valutazione sommativa e valutazione formativa.


Sapere leggere ~~gli errori~~, i prodotti inattesi, sghembi, degli allievi: qui spesso valutazione sommativa e formativa possono confliggere.

Ma soprattutto saper leggere, considerare e valutare **i processi** degli allievi per effettuare interventi didattici conseguenti e opportuni.



Questi comportamenti didattici sono fortemente influenzati dalle **credenze** (beliefs) nostre, come insegnanti – sulla natura della matematica, sul modo con cui pensiamo debba essere insegnata e con cui pensiamo sia appresa – e dei nostri allievi – sulla natura della matematica, sul modo con cui pensano debba essere imparata e su di sé come alunni che devono apprenderla.

L'efficacia dei nostri progetti didattici ne è fortemente condizionata.



Molti studi, basandosi sui dati PISA e TIMSS, mostrano che, nonostante l'enfasi data in molti programmi ai processi cognitivi di alto livello (ad esempio, il ragionamento e il problem solving), le credenze degli insegnanti circa i modi efficaci per insegnare la matematica a “studenti medi” sono all'origine delle limitate opportunità che danno ai loro studenti per sviluppare tali processi nelle loro lezioni (Silver, 2009).

Queste credenze persistono nelle scuole nonostante molte ricerche dimostrino che un migliore apprendimento si verifica proprio in quelle classi in cui l'insegnamento è basato su esigenze cognitive di alto livello e non solo sull'addestramento procedurale.

Silver, E. Cross-national comparisons of mathematics curriculum materials: what might we learn? *ZDM Mathematics Education* (2009) 41:827–832.

Boaler, J., & Staples, M. (2008). Creating mathematical futures through an equitable teaching approach: The case of Railside School. *Teachers College Record*, 110(3), 608–645.

Stein, M. K., & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform.

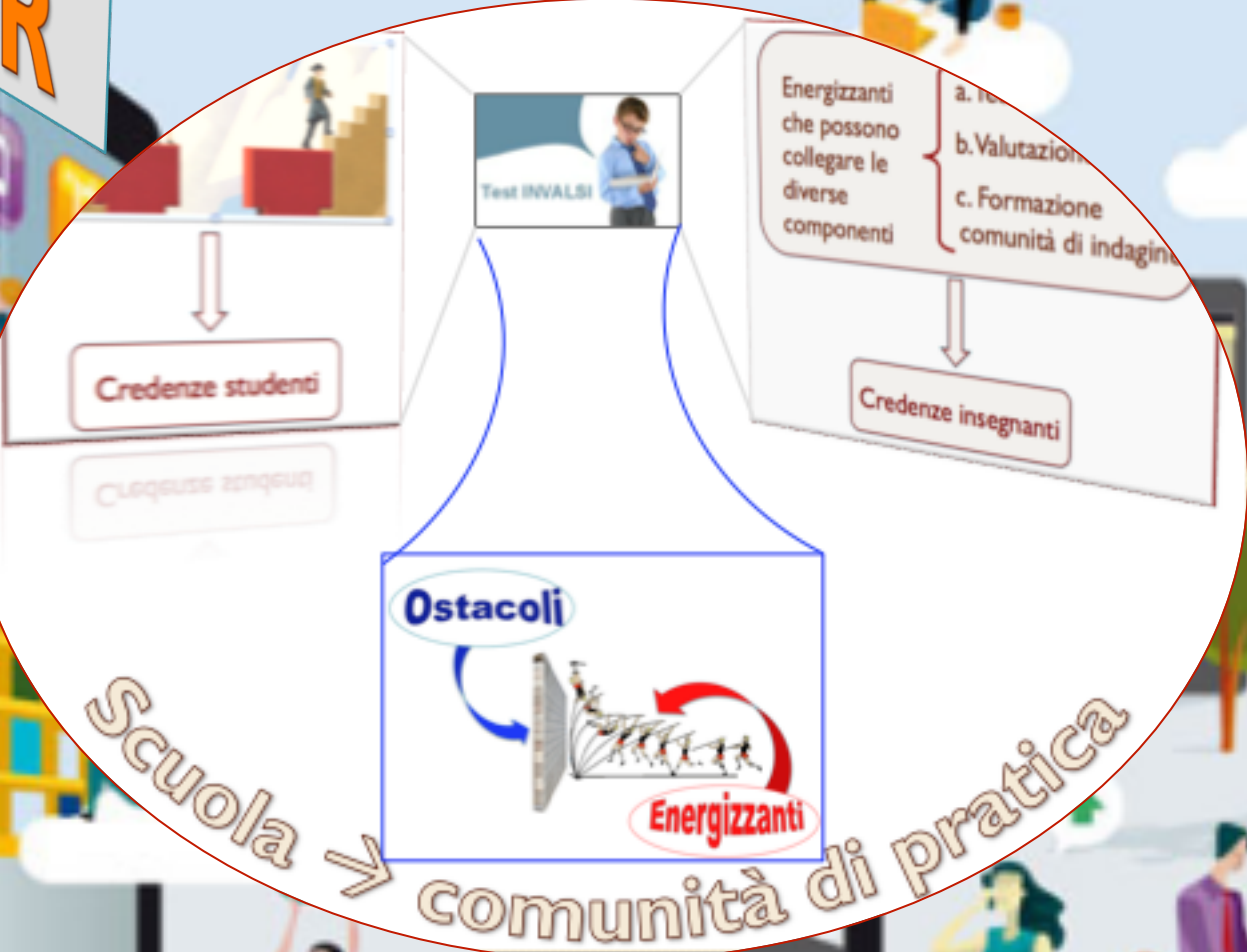
Tarr, J. E., Reys, R. E., Reys, B. J., Chavez, O., Shih, J., & Osterlind, S. J. (2008). The impact of middle-grades mathematics curricula and the classroom learning environment on student achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 247–280.



MIUR

SCUOLA DIGITAL

SCUOLA



MIUR

SCUOLA
DIGITAL

Credenze studenti

Test INVALSI

Energizzanti
che possono
collegare le
diverse
componenti

- a. r...
- b. Valutazioni
- c. Formazione comunità di indagine

Credenze insegnanti

Grazie!

Scuola → comunità di pratica

Energizzanti

SCUOLA


APPENDICE sui FATTORI ESOGENI

Da: La Stampa, 21/03/17

La via giusta per scegliere i professori di Andrea Gavosto (p. 1 e 33)

Nel 2017-18 saranno assunti i 13 mila rimasti nelle graduatorie ad esaurimento e altrettanti idonei del concorso 2016, che solo ora va completandosi: se i secondi hanno superato una prova selettiva, sui primi permangono incognite.

Dal 2019-20 entreranno in ruolo 62 mila precari abilitati (le cosiddette seconde fasce), finora rimasti al palo. La maggioranza di loro è un po' più giovane dei precari «storici» e ha esperienza recente in aula; soprattutto quasi tutti hanno seguito corsi di specializzazione e di tirocinio (**Tfa**). Inoltre, a differenza dei predecessori, la loro qualità sarà ulteriormente **accertata: subito con una prova sulle capacità didattiche e al termine di un altro anno di tirocinio**. Certo, molto dipenderà dalla serietà delle verifiche; ma la novità è che sono previste. Infine, **non prima del 2022 toccherà a circa 20 mila supplenti** non abilitati che hanno già insegnato per almeno 36 mesi: prima dovranno avere passato un **concorso** ed essere stati valutati al termine del tirocinio, con l'unico vantaggio che questo sarà più breve, poiché hanno già esperienza di classe.



Se le verifiche saranno serie, queste due ultime categorie di neoassunti in genere dovrebbero garantire una qualità professionale migliore e meno eterogenea dei precari storici e abbassare l'età media del corpo docente. Onestamente, non è la solita sanatoria.

Tutto bene, per una volta? No.

Perché nemmeno così sarà possibile risolvere la questione emersa quest'anno

in tutta la sua gravità: **la carenza di insegnanti al Nord e nelle discipline matematico-scientifiche.**

Almeno finché non daremo ai

giovani laureati – specie scientifici - gli **incentivi** giusti per scegliere l'insegnamento: condizioni di lavoro e soprattutto un nuovo status della professione, che in altri

Paesi è paragonabile al medico o all'ingegnere. Ma questo richiede tempo e lungimiranza.