

Le valutazioni nazionali in matematica, una risorsa per gli insegnanti e per le scuole

Riflessioni sul ruolo delle prove INVALSI, così come delle altre prove di valutazione, nell'insegnamento e apprendimento della matematica

Padova 4 aprile 2017, ore 9:00

Dipartimento di Matematica "Tullio Levi-Civita"
Università di Padova



L'iniziativa, promossa dal Dipartimento di Matematica "Tullio Levi-Civita" e dal Centro Ricerche Didattiche "Ugo Morin" di Paderno del Grappa, è dedicata alla figura del prof. Giovanni Prodi.

Essa è rivolta agli insegnanti di matematica, di ogni ordine e grado, e a chi intende affacciarsi al mondo della scuola (neo laureati, studenti universitari dei corsi di laurea in matematica, in fisica, in scienze della formazione primaria, ecc).

La mattinata (ore 9-13) sarà organizzata in lavori in plenaria, il pomeriggio (ore 14.30-18) sarà strutturato in sezioni in parallelo, diversificate per i vari ordini scolastici.

Le conferenze plenarie saranno tenute da Roberto Ricci (Responsabile Area prove nazionali INVALSI e dell'indagine OCSE PISA per l'Italia), Giorgio Bolondi (Coordinatore scientifico area matematica dell'INVALSI), Ferdinando Arzarello (presidente dell'ICMI-International Commission on Mathematical Instruction dell'IMU), le sessioni pomeridiane saranno tenute da responsabili o componenti dei gruppi di lavoro INVALSI per i vari ordini scolastici.

Università degli Studi di Padova
Dipartimento di Matematica “T. Levi-Civita”
Centro Ricerche Didattiche “U. Morin”

Padova, 4 aprile 2017 – ore 14.30-18.00

Sessione C – Classe II Secondaria di II grado

**Le prove INVALSI di Matematica per la
Classe II Scuola secondaria di II grado:
osservazioni e considerazioni didattiche su
alcune domande**

Luigi Tomasi

Centro Ricerche Didattiche “Ugo Morin”

Strumenti INVALSI che l'insegnante può utilizzare

Gli strumenti che l'insegnante può utilizzare per fare questo sono:

- *Restituzione* dei dati alle scuole
- il *Quadro di Riferimento* INVALSI per la Matematica (Secondo ciclo)
- le *Prove rilasciate* (sono tutte quelle date negli anni precedenti: le prove INVALSI assegnate sono pubbliche e reperibili sul sito dell'INVALSI)
- i *Rapporti* dove sono indicati i risultati dei rilevamenti (nazionali e alle singole Scuole).
- ... i *fascicoli* stessi (che rimangono nelle Scuole).

Sito di riferimento

www.invalsi.it

Seguire → **Area prove**

e successivamente → **Rilevazioni Nazionali**

Si arriva in una pagina dove si trova il **Quadro di Riferimento per la Matematica (QdR) – Il Ciclo**

In basso a sinistra si trova scritto **Strumenti**: da qui si possono scaricare i **fascicoli** delle prove INVALSI e le relative **Guida alla Lettura (fascicolo 1)** che si consiglia di scaricare perché in essa si ritrova la struttura della prova (vedi pag. 1 e 2).

Strumenti INVALSI che l'insegnante può utilizzare

**Quadro di
Riferimento**

**Secondo
Ciclo (Scuola
secondaria di
II grado)**

**Prova di
Matematica**



**QUADRO DI RIFERIMENTO
SECONDO CICLO DI ISTRUZIONE
PROVA DI MATEMATICA**

Strumenti INVALSI che l'insegnante può utilizzare

RILEVAZIONI NAZIONALI DEGLI APPRENDIMENTI 2015-16

La rilevazione degli apprendimenti nelle classi II e V primaria, nella classe III (Prova nazionale) della scuola secondaria di primo grado e nella II classe della scuola secondaria di secondo grado

Rapporto tecnico

RILEVAZIONI NAZIONALI DEGLI APPRENDIMENTI 2015-16

La rilevazione degli apprendimenti nelle classi II e V primaria, nella classe III (Prova nazionale) della scuola secondaria di primo grado e nella II classe della scuola secondaria di secondo grado

*I primi risultati delle prove
INVALSI 2016 in dieci punti*

Le rilevazioni degli
apprendimenti
A.S. 2015-16

Strumenti INVALSI che l'insegnante può utilizzare

**I fascicoli delle
prove**

PROVA DI MATEMATICA - Scuola Secondaria di II grado - Classe Seconda - Fascicolo 1



Ministero dell'Istruzione
dell'Università e della Ricerca



INVALSI
Istituto nazionale per la valutazione
del sistema educativo di istruzione e di formazione

Rilevazione degli apprendimenti
Anno Scolastico 2015 – 2016

PROVA DI MATEMATICA

Scuola Secondaria di II grado
Classe Seconda
Fascicolo 1

Spazio per l'etichetta autoadesiva

Strumenti INVALSI

che l'insegnante può utilizzare

Guida alla lettura della Prova di Matematica - Classe II Secondaria di II grado



INVALSI Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione

Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

Servizio Nazionale di Valutazione
a.s. 2015/16
Guida alla lettura
Prova di Matematica
Classe seconda – Scuola secondaria di II grado

Consigliata!

I quesiti sono distribuiti negli ambiti secondo la tabella seguente

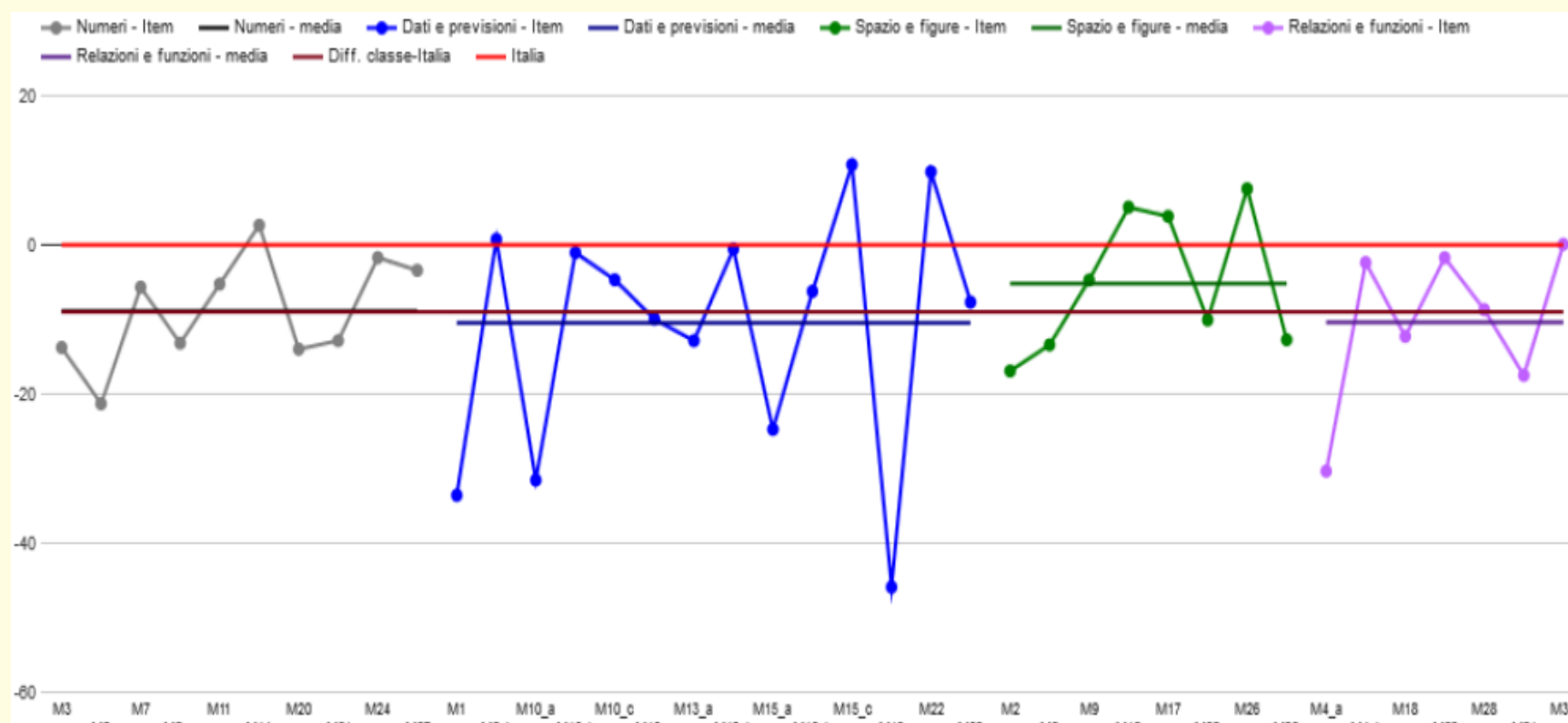
Ambito	Numero di domande	Numero di item ¹
Numeri	10	13
Spazio e figure	8	11
Dati e previsioni	8	15
Relazioni e funzioni	6	10
Totale	32	49

¹ Una domanda può essere composta da più item, come nel caso di domande a scelta multipla complessa del tipo Vero o Falso. L'attribuzione di un eventuale punteggio parziale sarà definita in sede di analisi dei dati complessivi.

Strumenti INVALSI

che l'insegnante può utilizzare

la restituzione dei dati alla scuola



Strumenti INVALSI

una risorsa didattica da utilizzare

Restituzione alla scuola

Tavola 8B - Plesso RMEE000001 - Scuola Primaria - Classi quinte - Sez. Av - Codice Classe 712049990501

Ambiti e argomenti	Domanda	a	b	c	d	Mancate risposte
Numeri	D5	46,7	46,7	6,7	0,0	0,0
Spazio e figure	D7	0,0	93,3	0,0	6,7	0,0
Numeri	D11	0,0	0,0	100,0	0,0	0,0
Numeri	D18	0,0	66,7	26,7	6,7	0,0
Spazio e figure	D19	0,0	86,7	6,7	6,7	0,0
Numeri	D20_a	0,0	100,0	0,0	0,0	0,0
Spazio e figure	D21	0,0	13,3	73,3	13,3	0,0
Numeri	D23	0,0	0,0	60,0	40,0	0,0
Relazioni e funzioni	D31_b	0,0	6,7	93,3	0,0	0,0
Numeri	D32	0,0	0,0	0,0	100,0	0,0

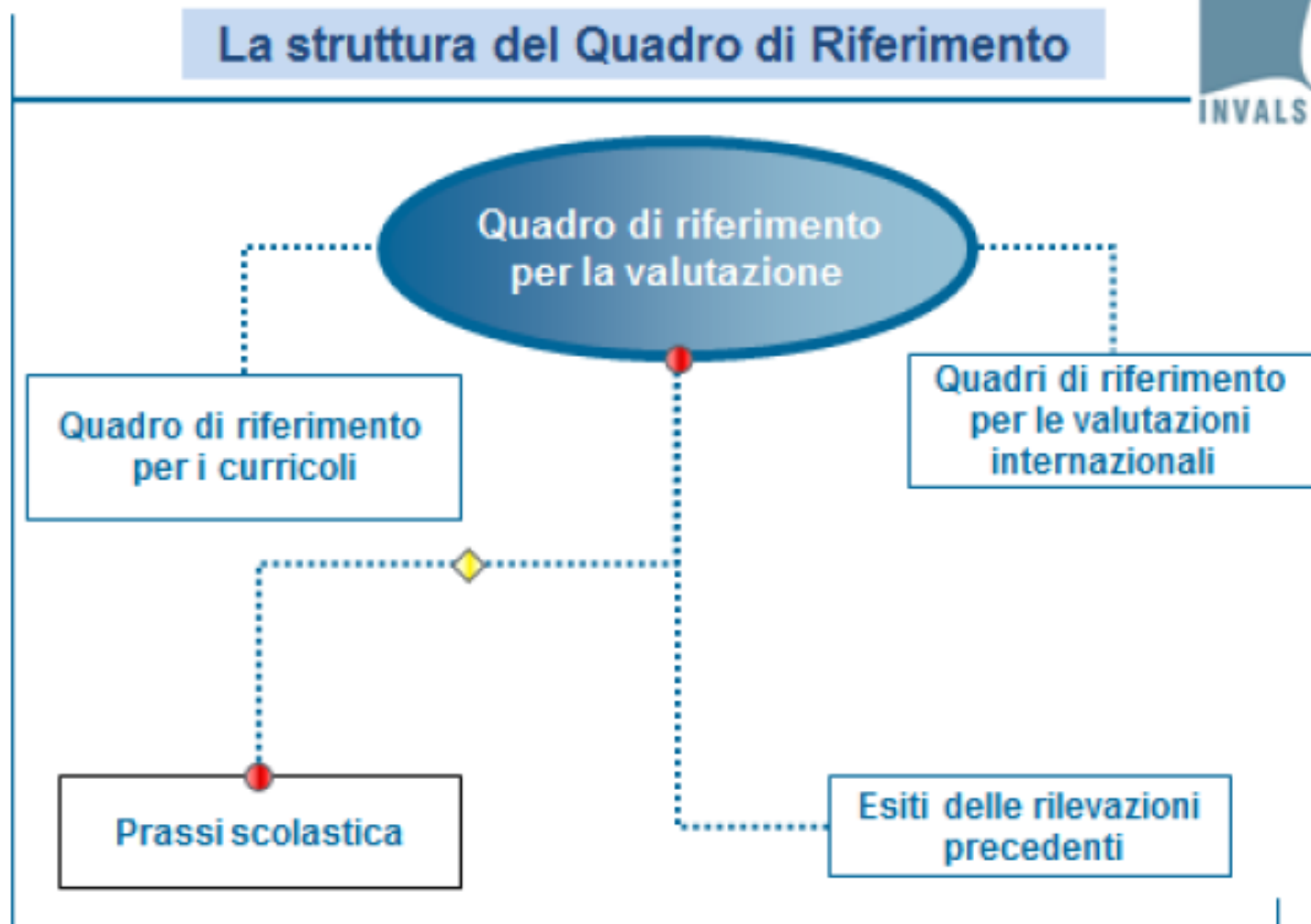
RISPOSTE
DISTRATTORI

RISPOSTE
CORRETTE

Che cosa valutano le prove INVALSI e come?

- *I livelli medi della classe, della scuola o dei quindicenni in Lettura e Matematica (INVALSI) e Scienze (PISA e TIMSS)*
- *Utilizzano prove standardizzate che per loro natura sono ben diverse dalle prove di valutazione del docente che ha lo scopo di valutare il singolo allievo*
- *Per far questo sono stabiliti dei QUADRI DI RIFERIMENTO delle prove*

Che cosa valutano le prove INVALSI e come?



Il QDR della Matematica

I quesiti devono fare riferimento alla **matematica come strumento di pensiero** e alla **matematica come disciplina con un proprio specifico statuto epistemologico**.

- non devono valutare gli **obiettivi minimi**;
- non devono limitarsi a valutare l'apprendimento della **matematica utile**;
- non si propongono di valorizzare l'**addestramento "meccanico"** o l'**apprendimento mnemonico**;
- Devono consentire di "sgranare" gli studenti su un'ampia scala individuando sia le carenze sia le eccellenze

Il QDR della Matematica

I PROCESSI

1. Conoscere e padroneggiare contenuti specifici della matematica
2. Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure
3. Conoscere e utilizzare diverse forme di rappresentazione e saper passare da una all'altra
4. Saper risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica
5. Riconoscere in contesto il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti
6. Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico
7. Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale
8. Saper riconoscere le forme nello spazio

Strumenti INVALSI che l'insegnante può utilizzare: il QdR

- Il *Quadro di Riferimento di Matematica* (QdR) dell'INVALSI è il documento che definisce quale matematica viene valutata e come viene valutata.
- È ovvio, infatti, che una prova standardizzata, somministrata simultaneamente in un tempo limitato a centinaia di migliaia di studenti, è idonea a valutare determinati aspetti dell'apprendimento, e non altri.

Il Quadro di Riferimento INVALSI per la Matematica - 2^a ciclo

Nel *Quadro di Riferimento* si indicano due direzioni lungo le quali i quesiti devono essere costruiti, e secondo le quali i risultati vanno organizzati e interpretati:

- a) i contenuti matematici,
- b) i processi cognitivi coinvolti.

Questo significa che per ogni item proposto deve essere chiaro come si posiziona rispetto a

- a) in che ambito è posta la domanda?
- b) quali processi cognitivi attiva lo studente per rispondere?

Il Quadro di Riferimento INVALSI e le competenze matematiche

- Il Quadro di Riferimento è indispensabile per capire cosa ci possono dire i risultati delle prove, e come funzionano le domande dell'INVALSI
- E' uno strumento utile per l'insegnante anche per meglio individuare le caratteristiche delle *proprie* prove di valutazione.
- Ad esempio, può servire per capire se e come la propria azione didattica punta allo sviluppo di **tutte le competenze coinvolte nell'attività matematica** –
- se la sua azione didattica stimola e coltiva tutti i processi cognitivi individuati dal *Quadro di Riferimento*.

Quali sono le competenze coinvolte nell'attività matematica?

- Nel Quadro di Riferimento INVALSI è possibile riconoscere una proposta di lavoro su quali sono le componenti dell'apprendimento in matematica (ambiti di contenuto e processi).
- Nel QdR INVALSI ci sono analogie –e differenze– nei processi cognitivi individuati con altre classificazioni e suddivisioni, come, ad esempio, i *domini cognitivi* dell'indagine IEA-TIMSS (*Conoscere, Applicare, Ragionare*) e le *Competenze Matematiche* nell'indagine OCSE-PISA.

Parte II

Analisi di alcune domande dalle prove INVALSI di Matematica per la Classe II della Scuola secondaria di II grado

**(la prova è presente dall'anno scolastico 2010-11
e quindi da 6 anni)**

Riferimenti fondamentali per le Prove INVALSI di Matematica - Classe 2^Secondaria di II grado

- **Indicazioni Nazionali** per i Licei - Primo Biennio (2010)
- **Linee Guida** per gli Istituti Tecnici e per gli Istituti Professionali - Primo biennio (2010)

Traguardi per lo sviluppo delle competenze matematiche nella Scuola secondaria di II grado

- Si possono estendere i traguardi presenti nel I ciclo anche alla Scuola secondaria di II grado (in particolare alla classe II della Scuola sec. di II grado)
- In questo modo viene data una maggiore esplicitazione di quanto è contenuto nelle *Indicazioni nazionali* (2010) e nelle *Linee guida* (2010, 2012) di Matematica.

Le competenze matematiche per la Scuola secondaria di II grado

Nelle Indicazioni nazionali/Linee guida non si trovano esplicitamente dei “traguardi”, al contrario delle Indicazioni per il curriculum (2012) per il I ciclo.

Sintetizzando ed estendendo i traguardi anche al II ciclo, si possono individuare le seguenti aree:

- Competenze matematiche riguardanti la conoscenza e l'uso dei concetti matematici (**Conoscere**)
- Competenze nella risoluzione di problemi (**Risolvere problemi**)
- Competenze argomentative (**Argomentare**)

Struttura della prova per la Classe 2^a Scuola secondaria di II grado?

**Fascicoli della
prova**

PROVA DI MATEMATICA - Scuola Secondaria di II grado - Classe Seconda - Fascicolo 1


Ministero dell'Istruzione
dell'Università e della Ricerca


INVALSI
Istituto nazionale per la valutazione
del sistema educativo di istruzione e di formazione

Rilevazione degli apprendimenti
Anno Scolastico 2015 – 2016

PROVA DI MATEMATICA

Scuola Secondaria di II grado
Classe Seconda
Fascicolo 1



Spazio per l'etichetta autoadesiva

Struttura della prova per la Classe 2^a Scuola secondaria di II grado

Guida alla lettura - Prova di Matematica 2016

Servizio Nazionale di Valutazione
a.s. 2015/16
Guida alla lettura
Prova di Matematica
Classe seconda – Scuola secondaria di II grado

I quesiti sono distribuiti negli ambiti secondo la tabella seguente

Ambito	Numero di domande	Numero di item ¹
Numeri	10	13
Spazio e figure	8	11
Dati e previsioni	8	15
Relazioni e funzioni	6	10
Totale	32	49

Dimensioni, traguardi, ambiti- Classe 2^a

Scuola secondaria di II grado

Guida alla lettura - Prova di Matematica

INVALSI 2016, pag.2

Tabella della suddivisione degli item in relazione ad ambiti, traguardi e dimensioni

Dimensione	Traguardi	→ Ambiti	Numeri	Spazio figure	Dati previsioni	Relazioni funzioni	TOT
1	Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.		D3,D20, D21,D24, D27		D13b	D23	7
1	Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.			D2a-d D30			5
2	Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni.				D10a,D12a D13a,D15a-c D22		7
2	Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.		D8a, D11 D14	D6, D9 D25			6
2	Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.						
3	Riconosce, fra diverse argomentazioni, quelle che sono adeguate a sostenere una determinata tesi; produce esempi e controesempi utili a confermare o a confutare una determinata affermazione.		D5			D32a-d	5
3	Produce argomentazioni esplicitando la tesi, utilizzando conoscenze e forme argomentative pertinenti alla tesi oggetto di argomentazione.			D26	D12b	D18	3
1	Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale)		D7a-d	D16 D17	D1, D19	D28	9
2	Riconosce, tra diversi modelli matematici proposti, quelli più adeguati a descrivere determinate situazioni oggetto di interesse					D4a-b D31	3
2	Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità di eventi elementari.				D8b,D10b-c D29		4
TOTALE			13	11	15	10	49

Corrispondenza tra Traguardi e Dimensioni Classe 2^a- Scuola secondaria di II grado

**Tavola di corrispondenza fra Traguardi per lo sviluppo delle competenze e Dimensioni
(1- Conoscere, 2- Risolvere problemi, 3- Argomentare)**

Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine del primo biennio della scuola secondaria di secondo grado	Traguardo	Dimensione
Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.	01	1
Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.	02	1
Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni.	03	2
Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.	04	2
Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.	05	2
Riconosce, fra diverse argomentazioni, quelle che sono adeguate a sostenere una determinata tesi; produce esempi e controesempi utili a confermare o a confutare una determinata affermazione.	06	3
Produce argomentazioni esplicitando la tesi, utilizzando conoscenze e forme argomentative pertinenti alla tesi oggetto di argomentazione.	07	3
Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale)	08	1
Riconosce, tra diversi modelli matematici proposti, quelli più adeguati a descrivere determinate situazioni oggetto di interesse	09	2
Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità di eventi elementari.	12	2

Si osservi che in tabella, il traguardo successivo al numero 9 è indicato con 12: non si tratta di un refuso. Il motivo è che i traguardi 10 e 11 non vengono testati a questo livello scolastico.

Macro-aree di competenze

Dimensione 1: Conoscere

Questa prima dimensione si riferisce a

- competenze matematiche strumentali riguardanti la conoscenza e l'uso delle nozioni matematiche,
- delle loro rappresentazioni, delle loro proprietà,
- delle tecniche operative connesse
- delle relazioni tra le nozioni stesse.

Competenze matematiche

Dimensione 2: Risolvere problemi

Risolvere problemi:

- si riferisce a competenze che riguardano le informazioni necessarie per risolvere un problema
- costruire o individuare il ragionamento risolutivo appropriato, con attenzione agli strumenti di rappresentazione (registri) utilizzati, e rendere conto di esso
- controllare tale ragionamento e i risultati che ne conseguono in relazione alla problematica considerata.

Competenze matematiche

Dimensione 3: Argomentare

Argomentare: si riferisce a competenze in cui occorre:

- accertare la validità di una affermazione o di un procedimento o di un ragionamento
- in relazione alle proprie conoscenze e al contesto di riferimento, producendo o individuando ragioni di validità o di non validità,
- ed esporre (o scegliere una esposizione) nelle forme richieste dalla natura dell'oggetto valutato e dal suo contesto di riferimento.

Competenze matematiche belle prove INVALSI per la Scuola secondaria di II grado

Le competenze della prima dimensione
(**competenze matematiche di base**) nelle
prove INVALSI sono per la maggior parte
accertate tramite item che riguardano la
padronanza delle nozioni a livello
operativo, ad esempio domande a scelta
multipla (MC).

Vediamo alcuni esempi dal Livello 10.

Alcune domande dalle prove INVALSI per la Scuola secondaria di II grado

Dimensione1-Conoscere - esempi dal
Livello10-Classe II Scuola sec. di II grado

2011: D21(**) funzione radice
quadrata

2012: D17(**) geometria, area

2014: D8(**) proprietà delle potenze

Livello 10 - Classe II Superiore

Prova INVALSI di Matematica

anno 2010-2011

Conoscere

D21. Quale fra le seguenti uguaglianze è corretta, qualunque sia il numero reale che
2011 sostituisce la x ?

- ☐ A. $\sqrt{x^2} = x$
- ☐ B. $\sqrt{x^2} = \pm x$
- ☐ C. $\sqrt{x^2} = |x|$
- ☐ D. $\sqrt{x^2} = \pm|x|$

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D21	3,9	49,2	25,4	16,8	4,7

Per rispondere, lo studente deve riconoscere l'identità tra le due funzioni $\sqrt{x^2}$ e $|x|$

Risposta corretta C

Per definizione $\sqrt{x^2} = |x|$. Le opzioni A, B e D costituiscono dei distrattori (forti soprattutto per A e per B). L'opzione A non può però essere corretta, perché se $\sqrt{x^2} = x$ si dovrebbe necessariamente avere $\sqrt{(-2)^2} = -2$ e

$\sqrt{(2)^2} = 2$ in contraddizione con il fatto che

$\sqrt{(-2)^2}$ e $\sqrt{(2)^2}$ sono entrambe uguali a $\sqrt{4}$.

Analogamente B e D non possono essere accettate, perché l'operazione di estrazione di una radice quadrata, quando possibile, è univoca, ossia dà un solo risultato.

Gli errori eventualmente commessi dagli studenti nella risposta a questa domanda possono essere imputati ad automatismi nella risoluzione di equazioni di secondo grado come per esempio $x^2 = 4$. In genere gli studenti scrivono direttamente $x = \pm 2$ immaginando che tale risultato derivi dal passaggio $x = \sqrt{4} = \pm 2$.

Il passaggio corretto, invece è $|x| = 2$ da cui $x = 2$ o $x = -2$.

AMBITO PREVALENTE

Relazioni e Funzioni

PROCESSO PREVALENTE

Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture...*)

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE

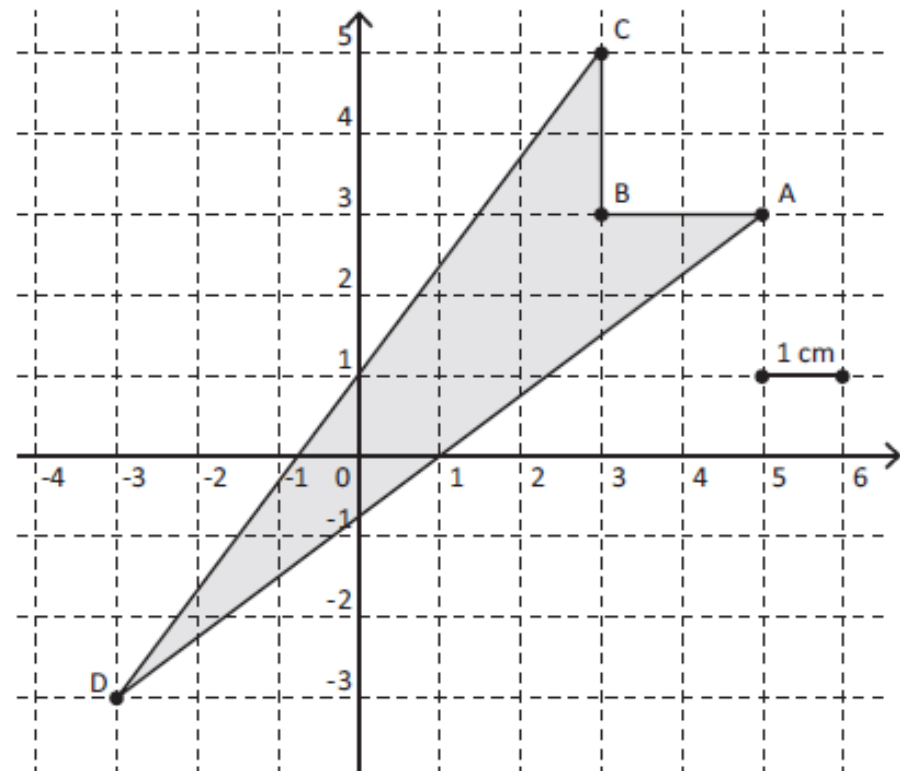
Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico

Livello 10 – Classe II Superiore

Prova INVALSI di Matematica – anno 2011-2012

Conoscere

D17. Calcola l'area del quadrilatero ABCD disegnato in figura.



Risposta: cm²

Commento	Classificazione
Risposta corretta: 12 Il calcolo dell'area può essere determinato in diversi modi. Uno dei più agevoli può essere quello di riquadrare la figura con il rettangolo avente per vertici i punti di coordinate M (-3; 5), N(5; 5), P (5; - 3) e D (-3; -3). A questo punto, per ottenere l'area richiesta è possibile sottrarre dall'area del rettangolo le aree dei triangoli rettangoli MDC e APD e del quadrato CBAN. Il calcolo di aree mediante operazioni di composizione e scomposizione di figure, di cui sia semplice calcolare l'area, è uno dei compiti a cui si presta particolare attenzione nel primo ciclo scolastico.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure PROCESSO PREVALENTE Sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura Indicazioni nazionali e linee guida <i>Uso del metodo delle coordinate cartesiane.</i> <i>Conoscere e usare misure di grandezze geometriche: perimetro, area</i>

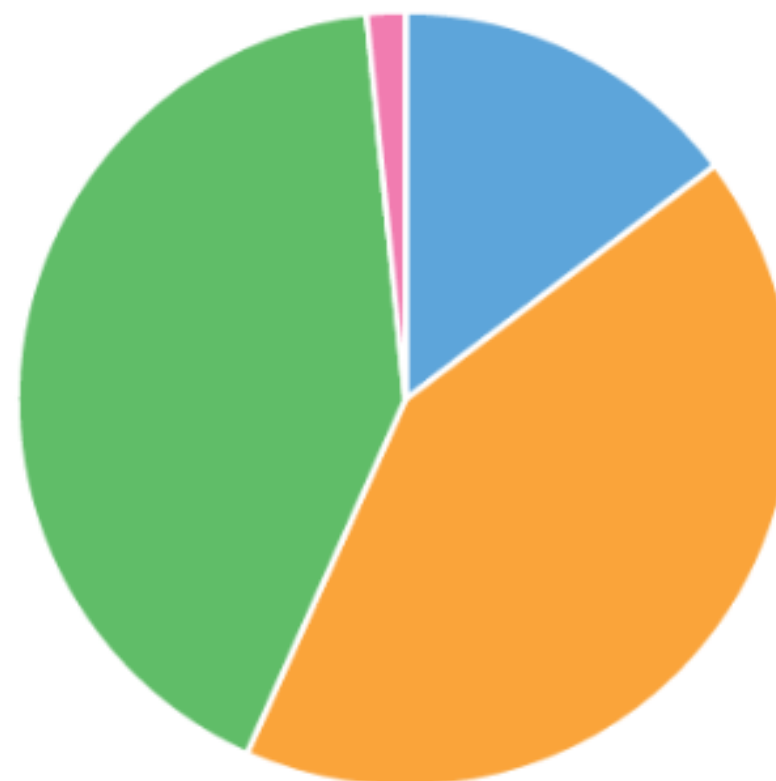
RISULTATI DEL CAMPIONE

errata	corretta	Non risponde
42,0	14,7	41,7

Risposta esatta

12

Percentuali nazionali



- Risposte corrette 14.7%
- Risposte errate 42%
- Risposte Mancate 41.7%
- Altre non valide. 1.6%

Livello 10 – Classe II Superiore

Prova INVALSI di Matematica – anno 2013-2014

D8. Il risultato di $16^{100} : 2$ è uguale a

- A. ☐ 8^{99}
- B. ☐ 8^{100}
- C. ☐ 16^{50}
- D. ☐ 2^{399}

Conoscere

RISULTATI DEL CAMPIONE

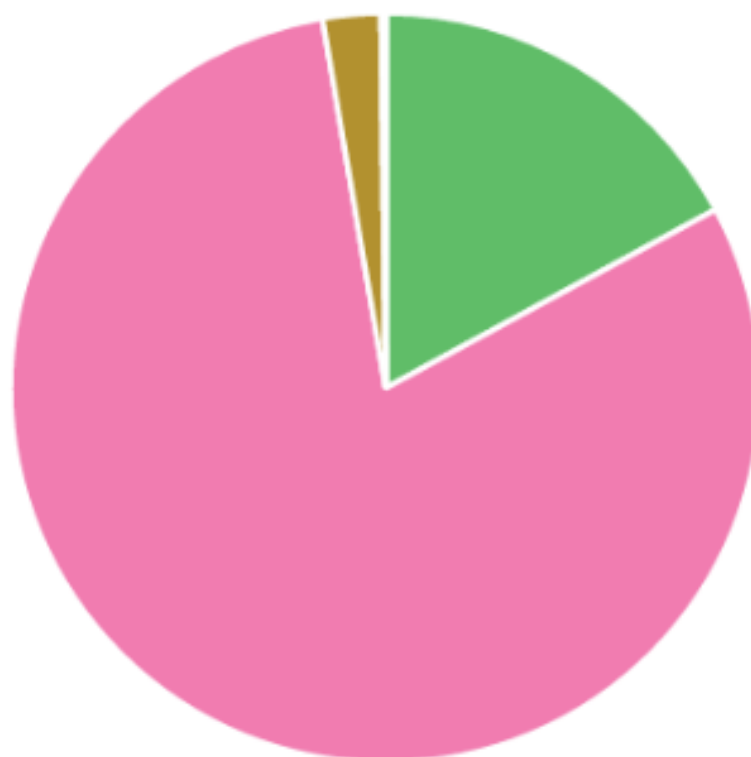
	Item	Manc. Risp.	Opzioni			
			A	B	C	D
G	D8	2,5	16,3	52,2	11,7	17,1
L	D8	2,4	17,3	48,8	9,5	21,8
T	D8	2,1	16,0	56,0	11,4	14,2
P	D8	3,1	14,7	53,2	16,7	12,2

Caratteristiche	Descrizione e commento																																							
AMBITO PREVALENTE Numeri SCOPO DELLA DOMANDA Conoscere le proprietà delle potenze PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica. LINEE GUIDA e INDICAZIONI NAZIONALI Le operazioni con i numeri interi e razionali. Operare con i numeri interi e razionali e valutare l'ordine di grandezza dei risultati. Proprietà delle operazioni. Potenze e radici. <i>Calcolo (mentale, con carta e penna, mediante strumenti) con i numeri interi, con i numeri razionali sia nella scrittura come frazione che nella rappresentazione decimale.</i> <i>Le proprietà delle operazioni.</i> Macroprocesso: Utilizzare	Risposta corretta D È possibile rispondere applicando le proprietà delle potenze: $16^{100} : 2 = 2^{400} : 2 = 2^{400-1} = 2^{399}$ La risposta corretta può anche essere ottenuta per esclusione, lavorando sugli ordini di grandezza. Infatti si può osservare che 16^{100} è maggiore di 10^{100} , mentre 8^{99} , 8^{100} e $16^{50} = 4^{100}$ sono minori di 10^{100} . L'unica opzione corretta possibile è quindi la D. Scelte diverse da quella corretta segnalano difficoltà degli studenti con le proprietà delle potenze o con gli ordini di grandezza.																																							
	RISULTATI DEL CAMPIONE <table><tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Item</th><th rowspan="2">Manc. Resp.</th><th colspan="4">Opzioni</th></tr><tr><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr><tr><td>G</td><td>D8</td><td>2,5</td><td>16,3</td><td>52,2</td><td>11,7</td><td>17,1</td></tr><tr><td>L</td><td>D8</td><td>2,4</td><td>17,3</td><td>48,8</td><td>9,5</td><td>21,8</td></tr><tr><td>T</td><td>D8</td><td>2,1</td><td>16,0</td><td>56,0</td><td>11,4</td><td>14,2</td></tr><tr><td>P</td><td>D8</td><td>3,1</td><td>14,7</td><td>53,2</td><td>16,7</td><td>12,2</td></tr></table>		Item	Manc. Resp.	Opzioni				A	B	C	D	G	D8	2,5	16,3	52,2	11,7	17,1	L	D8	2,4	17,3	48,8	9,5	21,8	T	D8	2,1	16,0	56,0	11,4	14,2	P	D8	3,1	14,7	53,2	16,7	12,2
	Item				Manc. Resp.	Opzioni																																		
		A	B	C		D																																		
G	D8	2,5	16,3	52,2	11,7	17,1																																		
L	D8	2,4	17,3	48,8	9,5	21,8																																		
T	D8	2,1	16,0	56,0	11,4	14,2																																		
P	D8	3,1	14,7	53,2	16,7	12,2																																		

Risposta esatta

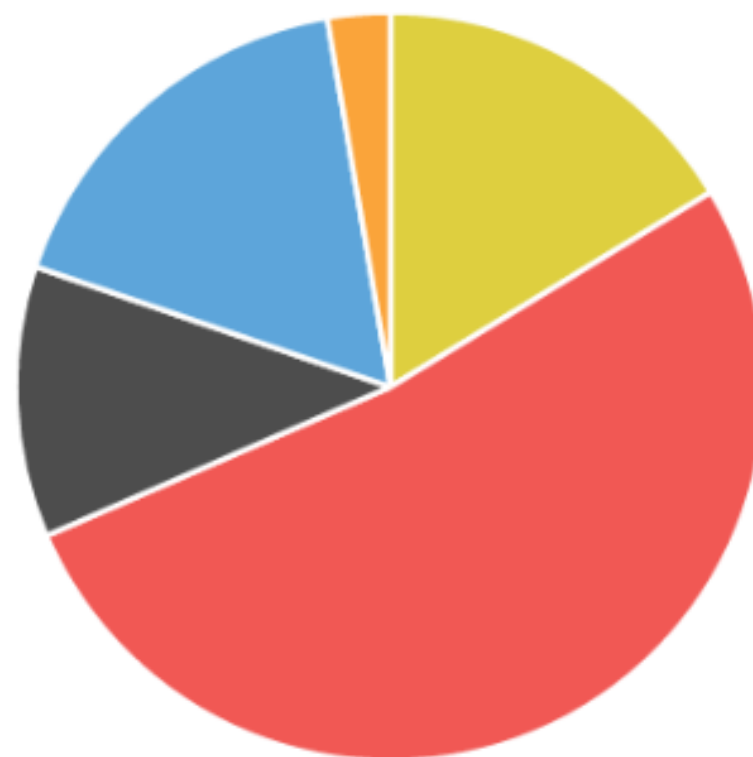
D

Percentuali nazionali



- Risposte corrette 17.1%
- Risposte errate 80.2%
- Risposte Mancate 2.5%
- Altre non valide. 0.2%

Domande a risposta multipla



- Risposta A 16.3%
- Risposta B 52.2%
- Risposta C 11.7%
- Risposta D 17.1%
- Mancate e non valide 2.7%

Alcune domande dalle prove INVALSI per la Scuola secondaria di II grado

Dimensione1-Conoscere - esempi per il
Livello10-Classe II Scuola sec. di II grado

2016 - Fascicolo 1:

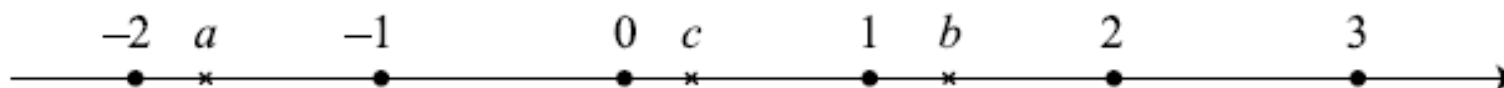
D7(**) retta dei numeri e disuguaglianze

D27(**) proprietà delle potenze contestualizzate

Livello 10 – Classe II Superiore

Prova INVALSI di Matematica –2016

- D7. Di tre numeri reali a , b e c non si conosce il valore; si sa, però, che la loro posizione sulla retta numerica è la seguente:



Basandoti sulla figura, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
a.	$-a > c$	☐	☐
b.	$\frac{1}{c} < b$	☐	☐
c.	$\sqrt{-a} > 0$	☐	☐
d.	$a + c < b$	☐	☐



Caratteristiche	Descrizione e commento
AMBITO PREVALENTE Numeri SCOPO DELLA DOMANDA Operare su numeri rappresentati sulla retta numerica senza conoscerne il valore esatto. PROCESSO PREVALENTE Conoscere diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra. <i>Linee Guida e Indicazioni nazionali</i> Ordinamento dei numeri e loro rappresentazione su una retta. <i>Rappresentazione geometrica [dei numeri] su una retta.</i> TRAGUARDO Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale) DIMENSIONE Conoscere	Risposta corretta V, F, V, V La risposta è corretta se sono corrette le risposte a tre item su quattro Gli item della domanda D7 richiedono competenze nell'ordinamento di numeri reali e nella loro rappresentazione sulla retta numerica. Gli studenti che rispondono correttamente sono quindi in grado di passare da un registro di rappresentazione grafico-geometrico a uno simbolico-numerico. a. L'item comporta alcune difficoltà che lo rendono assai significativo: anzitutto gli studenti dovrebbero riconoscere che $-a$ è positivo, perché $-2 < a < -1$. Inoltre dovrebbero comprendere che la condizione appena ricordata implica che $1 < -a < 2$. Quindi, poiché $0 < c < 1$ allora $-a > c$. Per rispondere correttamente è anche possibile che gli studenti approssimino a con un numero compreso tra -2 e $-1,5$ e c con un numero compreso tra 0 e $0,5$. In questo caso utilizzerebbero un registro di rappresentazione quasi prettamente numerico, ma dimostrerebbero, in ogni caso, una discreta conoscenza della retta numerica. Per rispondere all'item b. gli studenti potrebbero riconoscere che $0 < c < 0,5$ e che ciò comporta che $\frac{1}{c} > 2$. Quindi, poiché $1 < b < 2$, allora $\frac{1}{c} > b$.

Caratteristiche					Descrizione e commento
RISULTATI DEL CAMPIONE					Anche in questo caso gli studenti potrebbero lavorare in un registro di rappresentazione quasi esclusivamente numerico sostituendo c con un qualunque numero compreso tra 0 e 0,5 e b con un qualunque numero compreso tra 1 e 2. c. L'item richiede di riconoscere che se $a < 0$, allora $-a > 0$. d. All'item si può rispondere notando che se $-2 < a < -1$ e $0 < c < 1$, allora $a + c < 0$. Quindi $a + c < b$ perché un numero negativo è minore di un numero positivo.
	Item	Mancante	Opzioni		
			vero	falso	
G	D7_a	2,5%	49,1%	48,4%	
G	D7_b	2,9%	57,4%	39,7%	
G	D7_c	3,2%	42,7%	54,1%	
G	D7_d	2,6%	74,9%	22,5%	
L	D7_a	2,2%	55,8%	42,0%	
L	D7_b	2,7%	53,4%	43,9%	
L	D7_c	3,0%	47,9%	49,0%	
L	D7_d	2,3%	79,3%	18,4%	
T	D7_a	2,1%	47,3%	50,5%	
T	D7_b	2,4%	60,0%	37,7%	
T	D7_c	2,6%	38,1%	59,3%	
T	D7_d	2,2%	76,1%	21,7%	
P	D7_a	3,7%	38,9%	57,4%	
P	D7_b	4,1%	61,4%	34,4%	
P	D7_c	4,5%	39,4%	56,1%	
P	D7_d	3,7%	64,5%	31,7%	
	Item	Errata	Corretta (3 su 4)		
G	D7	62,4%	37,6%		
L	D7	55,3%	44,7%		
T	D7	65,6%	34,4%		
P	D7	71,5%	28,5%		

Livello 10 – Classe II Superiore

Prova INVALSI di Matematica –2016

D27 - Conoscere

D27. Oggi la popolazione mondiale è di circa 7 miliardi. Tenuto conto che 2^{10} è circa 10^3 , qual è, fra le seguenti, la potenza di 2 più vicina al numero di abitanti della Terra?

A. ☐ 2^{27}

B. ☐ 2^{33}

C. ☐ 2^{90}

D. ☐ 2^{1007}

Caratteristiche	Descrizione e commento																																										
AMBITO PREVALENTE Numeri SCOPO DELLA DOMANDA Effettuare stime numeriche eventualmente utilizzando le proprietà delle potenze. PROCESSO PREVALENTE Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure. Linee Guida e Indicazioni nazionali Potenze e radici. Calcolare semplici espressioni con potenze e radicali. <i>I numeri irrazionali e le espressioni in cui essi compaiono.</i> TRAGUARDO Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni. DIMENSIONE Conoscere RISULTATI DEL CAMPIONE	Risposta corretta B Si può rispondere alla domanda utilizzando sia strategie legate all'uso delle proprietà delle potenze, sia strategie di calcolo di ordini di grandezza, sia, infine, strategie di tipo misto. <table><tr><th></th><th>Item</th><th>Mancante</th><th colspan="4">Opzioni</th></tr><tr><th></th><th></th><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr><tr><td>G</td><td>D27</td><td>6,7%</td><td>15,6%</td><td>38,1%</td><td>21,7%</td><td>17,9%</td></tr><tr><td>L</td><td>D27</td><td>6,5%</td><td>14,9%</td><td>42,5%</td><td>21,0%</td><td>15,1%</td></tr><tr><td>T</td><td>D27</td><td>6,1%</td><td>15,8%</td><td>39,8%</td><td>21,2%</td><td>17,1%</td></tr><tr><td>P</td><td>D27</td><td>8,1%</td><td>16,6%</td><td>27,3%</td><td>23,6%</td><td>24,4%</td></tr></table>		Item	Mancante	Opzioni							A	B	C	D	G	D27	6,7%	15,6%	38,1%	21,7%	17,9%	L	D27	6,5%	14,9%	42,5%	21,0%	15,1%	T	D27	6,1%	15,8%	39,8%	21,2%	17,1%	P	D27	8,1%	16,6%	27,3%	23,6%	24,4%
	Item	Mancante	Opzioni																																								
			A	B	C	D																																					
G	D27	6,7%	15,6%	38,1%	21,7%	17,9%																																					
L	D27	6,5%	14,9%	42,5%	21,0%	15,1%																																					
T	D27	6,1%	15,8%	39,8%	21,2%	17,1%																																					
P	D27	8,1%	16,6%	27,3%	23,6%	24,4%																																					

Competenze rilevate dalle prove Invalsi per la Scuola secondaria di II grado

Per quanto riguarda la seconda dimensione (**Risolvere problemi**), la tipologia di item prevalenti nelle prove INVALSI sono

- a risposta multipla (MC),
assieme ad altri di tipologia aperta
- in cui si chiede di esplicitare il percorso risolutivo e di trovare la soluzione (RG)
- oppure di fornire la soluzione numerica (RC).

Prove Invalsi per l'accertamento di competenze

Risolvere problemi

Per quanto riguarda la **risoluzione di problemi** è difficile accertare attraverso le prove INVALSI

- la capacità di orientarsi in una situazione problematica fino a individuare il problema da affrontare (*problem posing*)
- la capacità di affrontare un problema “non formalizzato”, procurandosi i dati necessari per risolverlo.

Proponiamo in seguito alcuni esempi dal Livello 10.⁴⁰

Alcune domande dalle prove INVALSI per la Scuola secondaria di II grado

Risolvere problemi - esempi per il

Livello10-Classe 2^a Scuola sec. di II grado

2012: D25(*) percentuali

2013: D17(**) geometria, area

Livello 10 – Classe II Superiore

Prova INVALSI di Matematica – anno 2011-2012

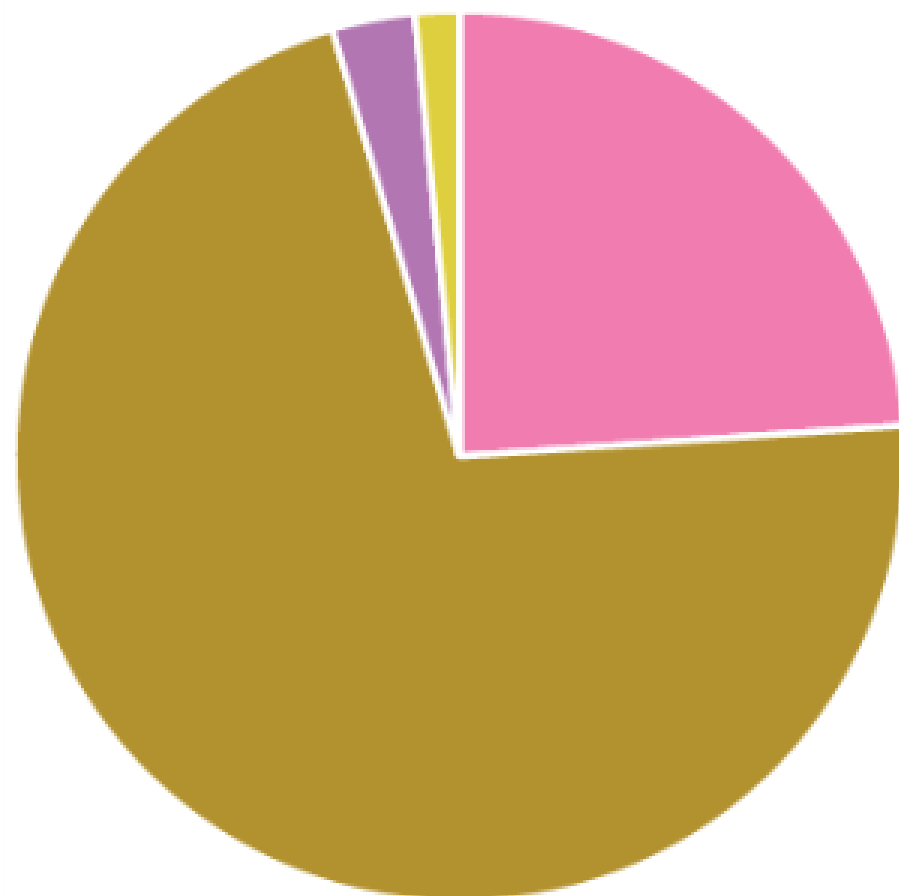
D25 – Risolvere problemi

D25. In un negozio un abito è messo in vendita con uno sconto del 30% sul prezzo originario. Durante la stagione dei saldi il prezzo già scontato viene ancora abbassato del 10%. Qual è la percentuale complessiva di sconto sul prezzo originario dell'abito?

- A. ☐ 20%
- B. ☐ 33%
- C. ☐ 37%
- D. ☐ 40%

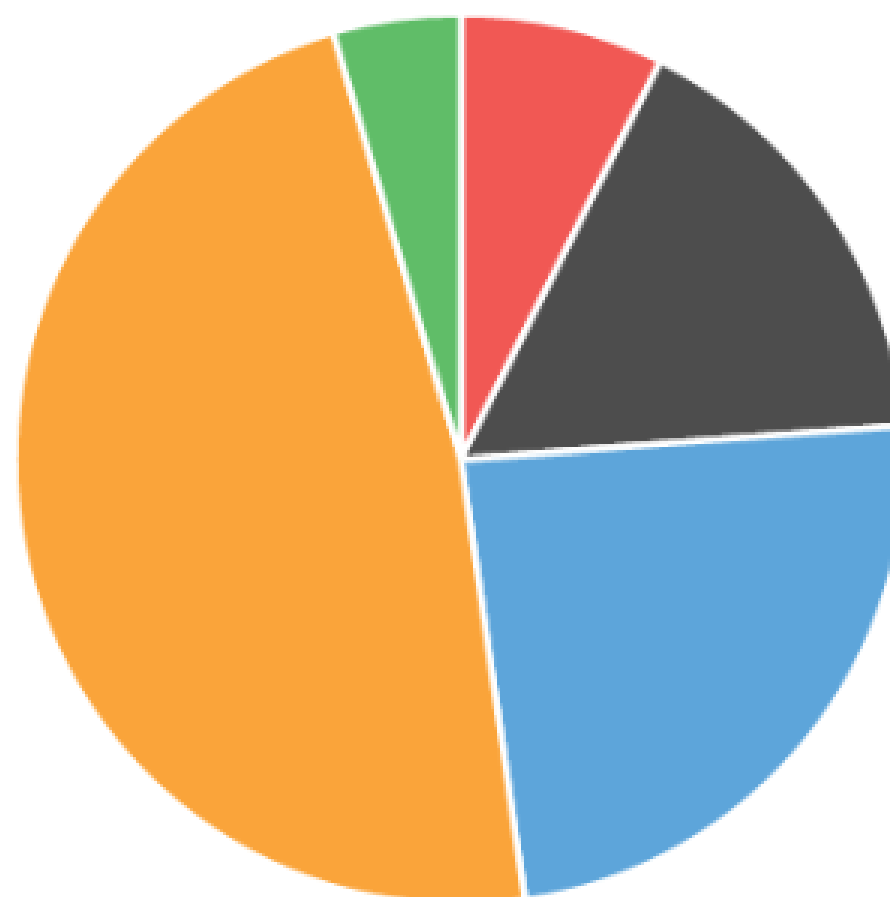
Commento	Classificazione										
Risposta corretta: C Per rispondere, gli studenti possono ragionare in diversi modi. Per esempio: a) partire dal valore 100, applicare a esso lo sconto del 30%, ottenendo 70, e applicare a 70 lo sconto del 10%, ottenendo 63. Ciò vuol dire che si è ottenuto uno sconto del 37%. b) Usare un modello moltiplicativo partendo da un prezzo x, dopo i due sconti rimarrà $x \cdot 0,7 \cdot 0,9 = 0,63x$. Quindi si è ottenuto uno sconto del 37%. RISULTATI DEL CAMPIONE <table><tr><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>Non risponde</th></tr><tr><td>7,4</td><td>16,4</td><td>23,9</td><td>47,7</td><td>3,0</td></tr></table>	A	B	C	D	Non risponde	7,4	16,4	23,9	47,7	3,0	AMBITO PREVALENTE Numeri PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure Indicazioni nazionali e linee guida <i>Capacità nel calcolo (mentale, con carta e penna, mediante strumenti) con i numeri interi, con i numeri razionali sia nella scrittura come frazione che nella rappresentazione decimale.</i> <i>Proprietà delle operazioni.</i> <i>Le operazioni con i numeri interi e razionali e le loro proprietà.</i> <i>Utilizzare le procedure del calcolo aritmetico (a mente, per iscritto, a macchina) per calcolare espressioni aritmetiche e risolvere problemi.</i> <i>Rapporti e percentuali.</i>
A	B	C	D	Non risponde							
7,4	16,4	23,9	47,7	3,0							

Percentuali nazionali



- Risposte corrette 23.9%
- Risposte errate 71.5%
- Risposte Mancate 3%
- Altre non valide. 1.6%

Domande a risposta multipla

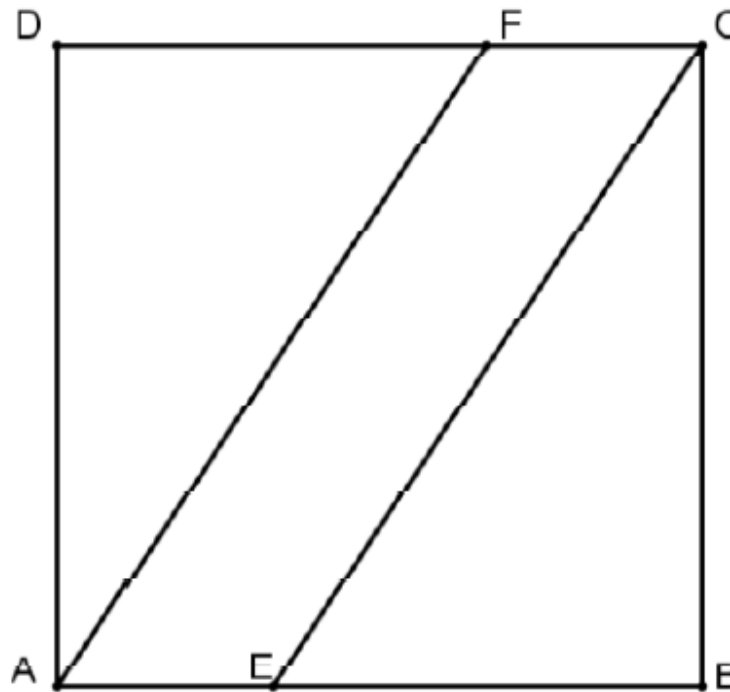


- Risposta A 7.4%
- Risposta B 16.4%
- Risposta C 23.9%
- Risposta D 47.7%
- Mancate e non valide 4.6%

Livello 10 – Classe II Superiore

Prova INVALSI di Matematica – anno 2012-2013

D17. Considera il quadrato ABCD il cui lato misura 6 cm. AE e FC misurano ciascuno 2 cm.



Quanto misura la superficie del quadrilatero AECF?

Risposta: cm²

Dimensione: Risolvere problemi

AMBITO PREVALENTE

Spazio e figure

SCOPO DELLA DOMANDA

Calcolo dell'area di una figura in posizione non standard.

PROCESSO PREVALENTE

Risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi – numerico, geometrico, algebrico.

Indicazioni nazionali e Linee Guida

Conoscere e usare misure di grandezze geometriche: perimetro, area e volume delle principali figure geometriche del piano e dello spazio.

RISULTATI DEL CAMPIONE

	Item	Mancata risposta	Errata	Corretta
G	D17	22,4	49,1	28,5
L	D17	17,9	43,9	38,2
T	D17	22,9	52,4	24,7
P	D17	30,1	53,9	16,1

Macro processo: Utilizzare

Risposta corretta:

12

Commento

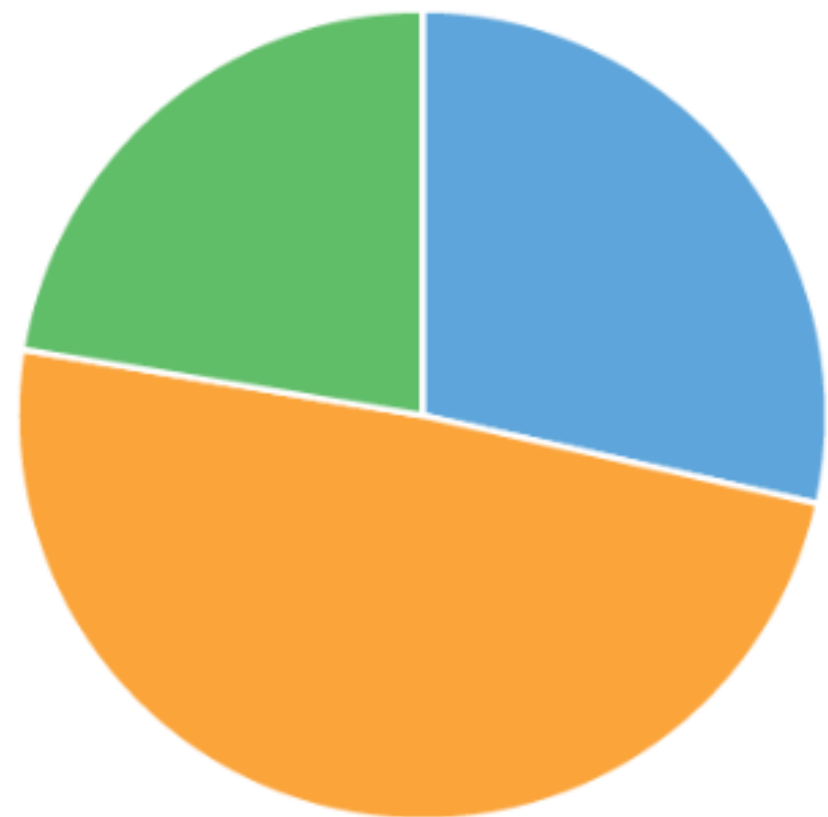
Per rispondere alla domanda gli studenti possono seguire due strategie:

- Riconoscere che $AECF$ è un parallelogramma di base AE e altezza relativa CB . Quindi l'area, in centimetri quadrati, è data da $2 \cdot 6 = 12$
- Determinare l'area del quadrilatero $AECF$ come differenza fra l'area del quadrato $ABCD$ e la somma delle aree dei triangoli rettangoli EBC e ADF : in centimetri quadrati, $36 - 24 = 12$.

Risposta esatta

12

Percentuali nazionali



- Risposte corrette 28.5%
- Risposte errate 49.1%
- Risposte Mancate 22.4%

Alcune domande dalle prove Invalsi per la Scuola secondaria di II grado

Risolvere problemi - esempi per il

Livello 10 - Classe 2^a Scuola sec. di II grado

2016 - Fascicolo 1

D22(**) percentuali

Livello 10 – Classe II Superiore

Prova INVALSI di Matematica –2016

D22. La tabella riporta il numero di studenti (in migliaia) iscritti alle scuole superiori dal 2000 al 2005 in Italia (fonte: ISTAT).

Anno	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Numero di studenti	2 565	2 583	2 617	2 634	2 654	2 692

Completa la frase che segue.

Dal 2001 al 2005 il numero di studenti delle scuole superiori è aumentato all'incirca del% (approssima con una o due cifre dopo la virgola).

Caratteristiche	Descrizione e commento
AMBITO PREVALENTE Dati e previsioni SCOPO DELLA DOMANDA Calcolare un aumento percentuale PROCESSO PREVALENTE Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure <i>Linee Guida e Indicazioni nazionali</i> Rapporti e percentuali. <i>Proporzionalità diretta e inversa</i> TRAGUARDO Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni. DIMENSIONE Risolvere problemi	Risposta corretta 4,2% o 4,21% o 4,22% Accettabile qualunque numero compreso tra 4,2 e 4,3 con al massimo due cifre dopo la virgola Per rispondere correttamente gli studenti devono calcolare una variazione percentuale. Gli studenti possono: • calcolare $(2692/2583) \cdot 100 - 100 \approx 4,2$ oppure $\approx 4,22$ • calcolare $((2692 - 2583)/2583) \cdot 100 \approx 4,2$ oppure $\approx 4,22$ La flessibilità nelle risposte accettabili dipende dalla volontà di non penalizzare uno studente che ha effettuato correttamente il calcolo della variazione percentuale richiesta e che ha rispettato le indicazioni sul numero di cifre, ma ha deciso eventualmente di approssimare per eccesso o che ha compiuto un'impresione nell'approssimazione.

RISULTATI DEL CAMPIONE

	Item	Mancante	Errata	Corretta
G	D22	31,4%	59,0%	9,6%
L	D22	26,3%	61,0%	12,7%
T	D22	30,9%	59,7%	9,4%
P	D22	41,7%	54,4%	3,9%

Prove INVALSI per l'accertamento di competenze: Argomentare

Per quanto riguarda l'argomentare, e la scelta della giustificazione di essa tra quelle proposte, questa competenza la si ritrova in alcuni item delle prove INVALSI.

Più difficile forse è trovare degli item, tra quelli assegnati, in cui è richiesto di scegliere l'affermazione corretta e di produrre una giustificazione per essa.

Prove INVALSI per l'accertamento di competenze: **Argomentare**

Difficile appare l'accertamento, con le prove INVALSI, della capacità di **produrre** un'affermazione e poi di giustificarla.

Tuttavia, ci sono domande nelle quali si parte da un quesito aperto del tipo “ipotizzare e verificare” o del tipo “congetturare e dimostrare”.

Alcune domande delle prove INVALSI per la Scuola secondaria di II grado

Argomentare – qualche esempio dal
Livello10-Classe 2^a Scuola sec. di II grado

2013: D5 (*) triangolo, area, altezza

2014: D11(**) geometria,
D24(**) disuguaglianze

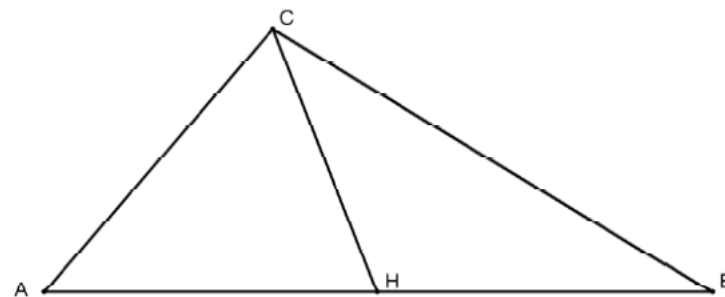
2015: D20 (**) disequazioni

Livello 10 – Classe II Superiore

Prova INVALSI di Matematica – anno 2012-2013

D5 - Argomentare

D5. H è il punto medio del lato AB del triangolo ABC.



I triangoli AHC e HBC hanno la stessa area perché

- A. ☐ la distanza di C da AB è la stessa nei due triangoli e $AH = HB$
- B. ☐ la mediana CH divide il triangolo in due triangoli congruenti
- C. ☐ hanno come altezza comune CH e le relative basi sono della stessa lunghezza
- D. ☐ i triangoli CHA e CHB sono tutti e due triangoli isosceli

AMBITO PREVALENTE

Spazio e figure

SCOPO DELLA DOMANDA

Riconoscere, tra diverse argomentazioni, quella corretta.

PROCESSO PREVALENTE

Utilizzare forme tipiche del ragionamento matematico.

Indicazioni Nazionali e Linee Guida

Fondamenti della geometria euclidea del piano.

Conoscere e usare misure di grandezze geometriche: perimetro, area e volume delle principali figure geometriche del piano e dello spazio.

RISULTATI DEL CAMPIONE

	Item	Manc. Risp.	Opzioni			
			A	B	C	D
G	D5	4,0	22,7	18,8	46,4	8,1
L	D5	4,0	29,2	16,3	44,8	5,7
T	D5	3,7	18,3	20,7	49,3	8,0
P	D5	4,6	17,1	20,7	45,0	12,6

Macro processo: Utilizzare

Risposta corretta:

A

Commento

Per rispondere correttamente è sufficiente che gli studenti conoscano la formula per il calcolo dell'area di un triangolo e sappiano identificare la misura dell'altezza relativa a una base come la distanza tra il vertice da cui è condotta l'altezza e il lato opposto a tale vertice.

Il distrattore C può essere molto attrattivo per studenti che leggono con poca attenzione: lo studente, infatti, deve riconoscere che CH non è in generale altezza, ma mediana e quindi concludere che l'affermazione contenuta nell'opzione C è falsa.

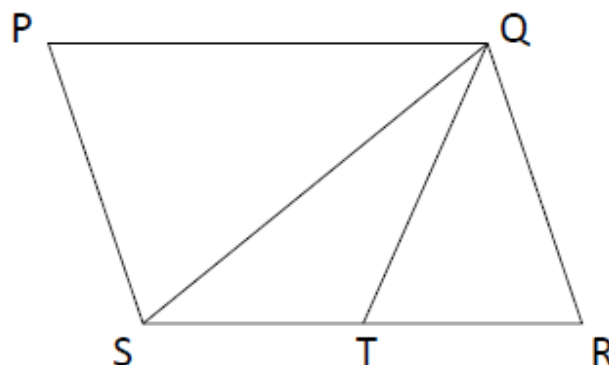
RISULTATI DEL CAMPIONE

	Item	Manc. Risp.	Opzioni			
			A	B	C	D
G	D5	4,0	22,7	18,8	46,4	8,1
L	D5	4,0	29,2	16,3	44,8	5,7
T	D5	3,7	18,3	20,7	49,3	8,0
P	D5	4,6	17,1	20,7	45,0	12,6
Macro processo: Utilizzare						

Livello 10 – Classe II Superiore

Prova INVALSI di Matematica –

D11. $PQRS$ è un parallelogramma e T è il punto medio di SR .



Qual è il rapporto tra l'area del triangolo QST e l'area del parallelogramma?

Scrivi come hai fatto per trovare la risposta e poi riporta il risultato.

.....

RISULTATI DEL CAMPIONE

	Item	Mancata risposta	Errata	Corretta
G	D11	64,9	18,9	14,7
L	D11	55,9	20,9	21,6
T	D11	67,1	18,8	12,5
P	D11	80,2	14,8	3,7

Risultato:

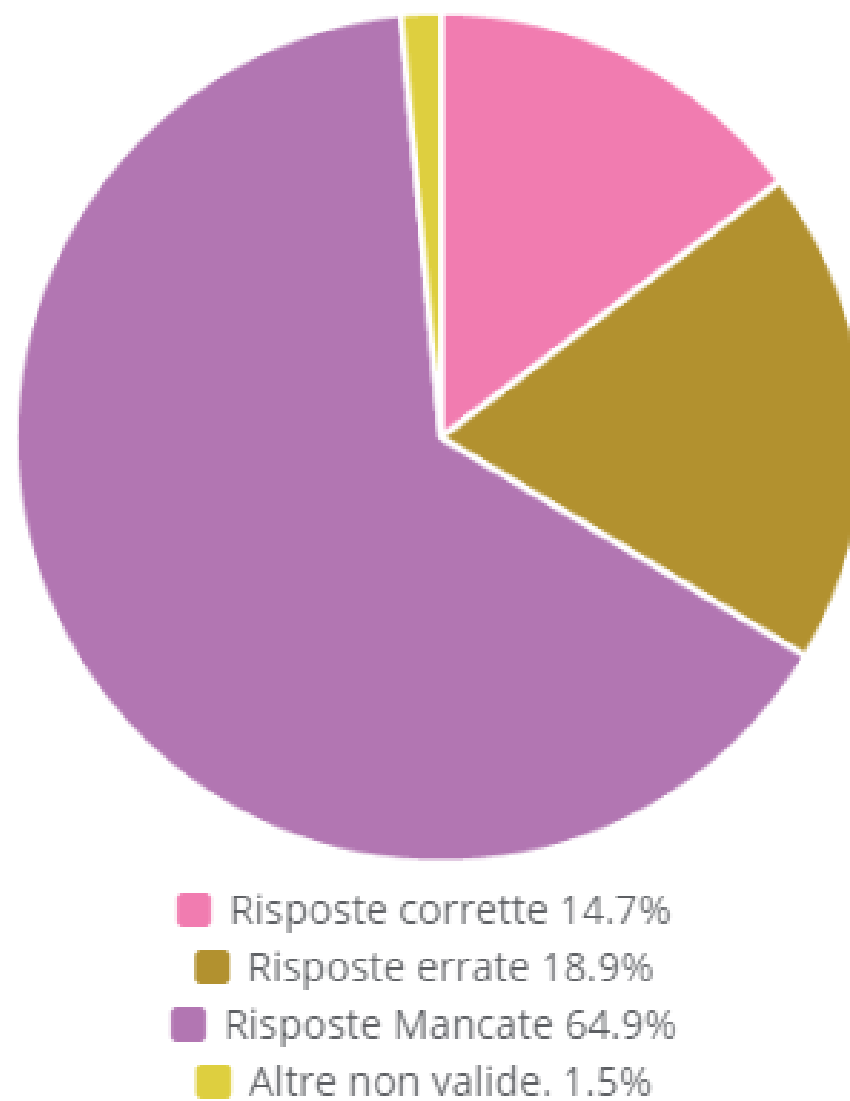
Argomentare

Caratteristiche	Descrizione e commento																									
AMBITO PREVALENTE Spazio e figure	Risposta corretta: $\frac{1}{4}$																									
SCOPO DELLA DOMANDA Calcolare il rapporto tra aree di figure geometriche riconoscendo figure congruenti o figure equivalenti.	Per rispondere correttamente è sufficiente notare che il triangolo QSR ha area uguale alla metà dell'area del parallelogramma e che l'area del triangolo QST è la metà di quella del triangolo QSR (hanno infatti le basi ST e SR che stanno nel rapporto 1:2 per ipotesi e stessa altezza relativa).																									
PROCESSO PREVALENTE Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico.	Quindi l'area di QST è $\frac{1}{4}$ dell'area del parallelogramma.																									
LINEE GUIDA e INDICAZIONI NAZIONALI																										
Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. <i>Conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano.</i> <i>Elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio.</i>	RISULTATI DEL CAMPIONE																									
Macroprocesso: Utilizzare	<table><tr><th></th><th>Item</th><th>Mancata risposta</th><th>Errata</th><th>Corretta</th></tr><tr><td>G</td><td>D11</td><td>64,9</td><td>18,9</td><td>14,7</td></tr><tr><td>L</td><td>D11</td><td>55,9</td><td>20,9</td><td>21,6</td></tr><tr><td>T</td><td>D11</td><td>67,1</td><td>18,8</td><td>12,5</td></tr><tr><td>P</td><td>D11</td><td>80,2</td><td>14,8</td><td>3,7</td></tr></table>		Item	Mancata risposta	Errata	Corretta	G	D11	64,9	18,9	14,7	L	D11	55,9	20,9	21,6	T	D11	67,1	18,8	12,5	P	D11	80,2	14,8	3,7
	Item	Mancata risposta	Errata	Corretta																						
G	D11	64,9	18,9	14,7																						
L	D11	55,9	20,9	21,6																						
T	D11	67,1	18,8	12,5																						
P	D11	80,2	14,8	3,7																						

Risposta esatta

$\frac{1}{4}$

Percentuali nazionali



Livello 10 – Classe II Superiore

Prova INVALSI di Matematica – anno 2013-2014

D24. Se a è un numero reale compreso tra 0 e 1 ($0 < a < 1$), allora

A. ☐ $a < \sqrt{a} < \frac{1}{a} < a^2$

B. ☐ $\frac{1}{a} < \sqrt{a} < a < a^2$

C. ☐ $a^2 < a < \sqrt{a} < \frac{1}{a}$

D. ☐ $\sqrt{a} < a < a^2 < \frac{1}{a}$

RISULTATI DEL CAMPIONE

	Item	Manc. Risp.	Opzioni			
			A	B	C	D
G	D24	10,4	18,3	26,6	26,1	18,4
L	D24	9,4	14,6	29,0	30,9	15,9
T	D24	10,0	18,8	26,4	25,1	19,5
P	D24	13,3	24,9	21,8	17,7	22,1

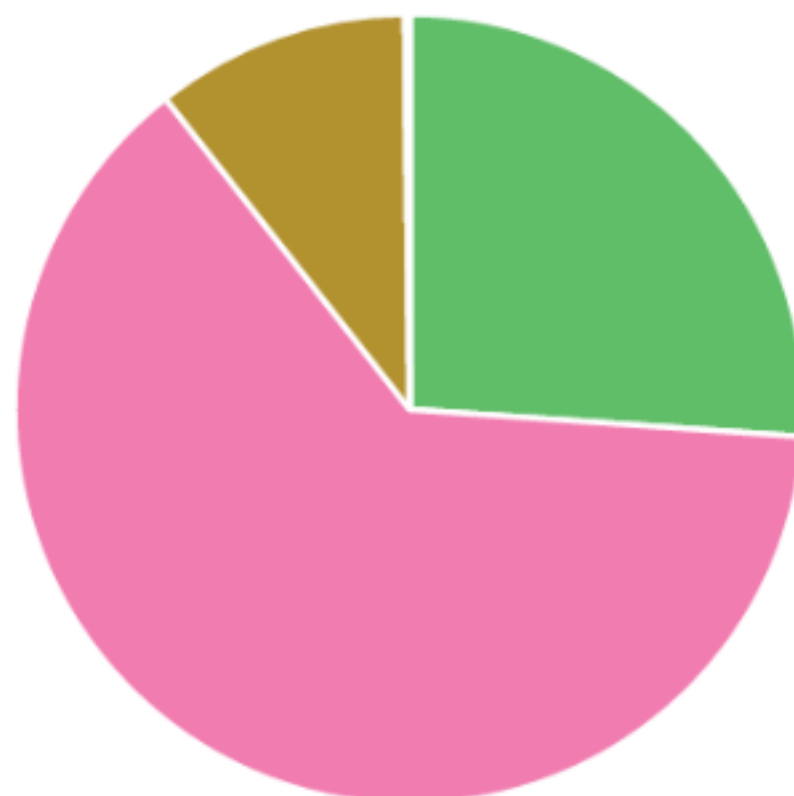
Argomentare

Caratteristiche	Descrizione e commento
AMBITO PREVALENTE Numeri SCOPO DELLA DOMANDA Riconoscere come agiscono sull'ordinamento dei numeri reali (in un particolare intervallo) le funzioni (o le operazioni) di radice, potenza, reciproco. PROCESSO PREVALENTE Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure. LINEE GUIDA e INDICAZIONI NAZIONALI I numeri: naturali, interi, razionali, sotto forma frazionaria e decimale, irrazionali e, in forma intuitiva, reali. Ordinamento dei numeri e loro rappresentazione su una retta. Proprietà delle operazioni. <i>Conoscenza intuitiva dei numeri reali, con particolare riferimento alla loro rappresentazione geometrica su una retta.</i> <i>Le proprietà delle operazioni.</i> Macroprocesso: Utilizzare	Risposta corretta: C Il seguente è un esempio di strategia che consente di rispondere correttamente alla domanda: è sufficiente notare che, siccome $0 < a < 1$, è possibile escludere subito le opzioni A e B (infatti $a^2 < 1/a$, se $0 < a < 1$). Inoltre, poiché se $0 < a < 1$, allora $a^2 < a$, è possibile escludere anche l'opzione D. Resta quindi l'opzione C che, infatti, è corretta. La domanda consente di verificare competenze legate all'ordinamento di numeri reali.

Caratteristiche	Descrizione e commento																																							
AMBITO PREVALENTE Numeri SCOPO DELLA DOMANDA Riconoscere come agiscono sull'ordinamento dei numeri reali (in un particolare intervallo) le funzioni (o le operazioni) di radice, potenza, reciproco. PROCESSO PREVALENTE Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure. LINEE GUIDA e INDICAZIONI NAZIONALI I numeri: naturali, interi, razionali, sotto forma frazionaria e decimale, irrazionali e, in forma intuitiva, reali. Ordinamento dei numeri e loro rappresentazione su una retta. Proprietà delle operazioni. <i>Conoscenza intuitiva dei numeri reali, con particolare riferimento alla loro rappresentazione geometrica su una retta.</i> <i>Le proprietà delle operazioni.</i> Macroprocesso: Utilizzare	Risposta corretta: C Il seguente è un esempio di strategia che consente di rispondere correttamente alla domanda: è sufficiente notare che, siccome $0 < a < 1$, è possibile escludere subito le opzioni A e B (infatti $a^2 < 1/a$, se $0 < a < 1$). Inoltre, poiché se $0 < a < 1$, allora $a^2 < a$, è possibile escludere anche l'opzione D. Resta quindi l'opzione C che, infatti, è corretta. La domanda consente di verificare competenze legate all'ordinamento di numeri reali. RISULTATI DEL CAMPIONE <table><tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Item</th><th rowspan="2">Manc. Risp.</th><th colspan="4">Opzioni</th></tr><tr><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr><tr><td>G</td><td>D24</td><td>10,4</td><td>18,3</td><td>26,6</td><td>26,1</td><td>18,4</td></tr><tr><td>L</td><td>D24</td><td>9,4</td><td>14,6</td><td>29,0</td><td>30,9</td><td>15,9</td></tr><tr><td>T</td><td>D24</td><td>10,0</td><td>18,8</td><td>26,4</td><td>25,1</td><td>19,5</td></tr><tr><td>P</td><td>D24</td><td>13,3</td><td>24,9</td><td>21,8</td><td>17,7</td><td>22,1</td></tr></table>		Item	Manc. Risp.	Opzioni				A	B	C	D	G	D24	10,4	18,3	26,6	26,1	18,4	L	D24	9,4	14,6	29,0	30,9	15,9	T	D24	10,0	18,8	26,4	25,1	19,5	P	D24	13,3	24,9	21,8	17,7	22,1
	Item				Manc. Risp.	Opzioni																																		
		A	B	C		D																																		
G	D24	10,4	18,3	26,6	26,1	18,4																																		
L	D24	9,4	14,6	29,0	30,9	15,9																																		
T	D24	10,0	18,8	26,4	25,1	19,5																																		
P	D24	13,3	24,9	21,8	17,7	22,1																																		

Risposta esatta
c

Percentuali nazionali



- Risposte corrette 26.1%
- Risposte errate 63.3%
- Risposte Mancate 10.4%
- Altre non valide. 0.2%

Domande a risposta
multipla



- Risposta A 18.3%
- Risposta B 26.6%
- Risposta C 26.1%
- Risposta D 18.4%
- Mancate e non valide 10.6%

Conclusioni

- Gli esiti delle prove INVALSI mettono in luce le difficoltà che incontrano gli allievi in alcune domande per le quali non basta conoscere le regole o aver memorizzato una formula o un meccanismo di calcolo
- Le prove INVALSI possono essere utili agli insegnanti, al consiglio di classe, alla scuola ... per lavorare sulle competenze matematiche
- Le domande INVALSI possono essere utilizzate nelle verifiche in classe (non come addestramento), adattandole eventualmente al percorso didattico progettato dall'insegnante o dal consiglio di classe
- Discutere gli esiti delle prove INVALSI dal punto di vista didattico nei Dipartimenti di matematica e tra gli insegnanti di matematica può costituire un approfondimento professionale del docente sul tema della valutazione e dell'attuazione delle Indicazioni nazionali/Linee guida.

Siti di riferimento

- www.invalsi.it (vedi Area Prove → Rilevazioni Nazionali→Strumenti)
- www.gestinv.it/ (per accedere a questo sito occorre prima registrarsi) **GestInv 2.0 - Archivio interattivo delle prove INVALSI**

Grazie dell'attenzione!

luigi.tomasi@unipd.it